

Загадка гнома

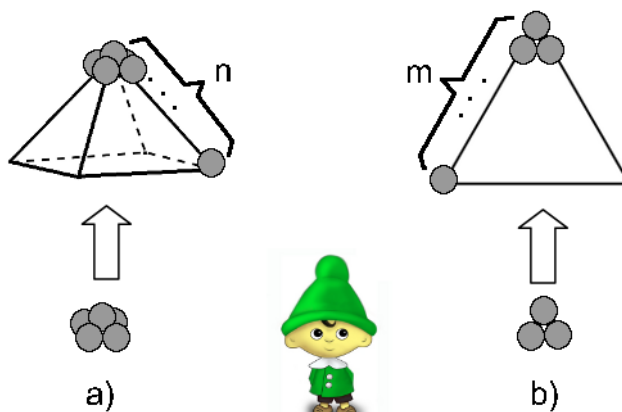


Рис. а) Кластер в форме квадратной пирамиды имеет n атомов металла на ребре (пример для $n = 2$).

б) Кластер в форме треугольника имеет m атомов меди на ребре (пример для $m = 2$).

У маленького гномика было две одинаковых кучки атомов меди. Из первой он начал собирать кластер в виде квадратной пирамиды (рис. а), последовательно увеличивая ее размер, а из второй – в виде равностороннего треугольника (рис. б). В какой-то момент оказалось, что ни в первой, ни во второй кучках не осталось ни одного атома, но при этом оба кластера были построены без изъянов.

Найдите минимальное число атомов, которое могло быть в каждой кучке. Во сколько раз n отличается от m ? Кратко опишите ход своих рассуждений.

Подсказка: для решения задачи совсем не обязательно выводить сложные формулы, попробуйте, как и гномик, строить такие кластеры.

Оценка за задачу – 5 баллов

Схема решения для младших школьников.

В квадратной пирамиде число атомов в основании – это квадрат натурального числа, а основание треугольника – это натуральное число.

Атомами из первой кучки начнем последовательно «послойно» наращивать пирамиду (**П**). Одновременно из второй кучки будем пошагово увеличивать размер треугольника (**Т**) так, чтобы число атомов в треугольнике было не больше числа атомов в пирамиде. Минимальному значению будет отвечать момент, когда числа атомов в кластерах впервые сравняются:

П: $1 + 2 \cdot 2 = 5$; **Т:** $1 + 2 = 3$; $3 + 3 = 6$ ($6 > 5$)

П: $5 + 3 \cdot 3 = 14$; **Т:** $6 + 4 = 10$, $10 + 5 = 15$ ($15 > 14$)

П: $14 + 4 \cdot 4 = 30$; **Т:** $15 + 6 = 21$; $21 + 7 = 28$, $28 + 8 = 36$ ($36 > 30$)

П: $30 + 5 \cdot 5 = 55$; **Т:** $36 + 9 = 45$; $45 + 10 = 55$ ($55 = 55$)

Или

Атомов на ребре	Квадратная пирамида	Треугольник
2	$1 + 2 \cdot 2 = 5$	$1 + 2 = 3$
3	$5 + 3 \cdot 3 = 14$	$3 + 3 = 6$
4	$14 + 4 \cdot 4 = 30$	$6 + 4 = 10$
5	$30 + 5 \cdot 5 = 55$	$10 + 5 = 15$
6	$55 + 6 \cdot 6 = 91$	$15 + 6 = 21$
7		$21 + 7 = 28$
8		$28 + 8 = 36$
9		$36 + 9 = 45$
10		$45 + 10 = 55$
11		$55 + 11 = 66$

Значит, у гномика в каждой кучке было по **55** атомов, ребро квадратной пирамиды содержит **5** атомов, а треугольника – **10** (т.е., в два раза больше).