

«Полусфера» – младший родственник купола Фуллера (9 баллов)

Е.А. Макеева, Т.И. Бидыло

1. Путем подсчета по рисунку найдите, сколько вершин содержит «полусфера». (1 балл)

Рассмотрим «полусферу» по уровням. Всего вершин: 10 (нижнее кольцо) + 10 (второй уровень) + 5 (верхнее кольцо) + 1 (макушка фигуры) = 26

2. Сколько атомов содержат полученные фуллерены? (2 балла)

Поскольку, из каждой треугольной грани наноконструкции «полусферы» получается 1 атом углерода фуллерена, то найдем общее число треугольных граней «полусферы».

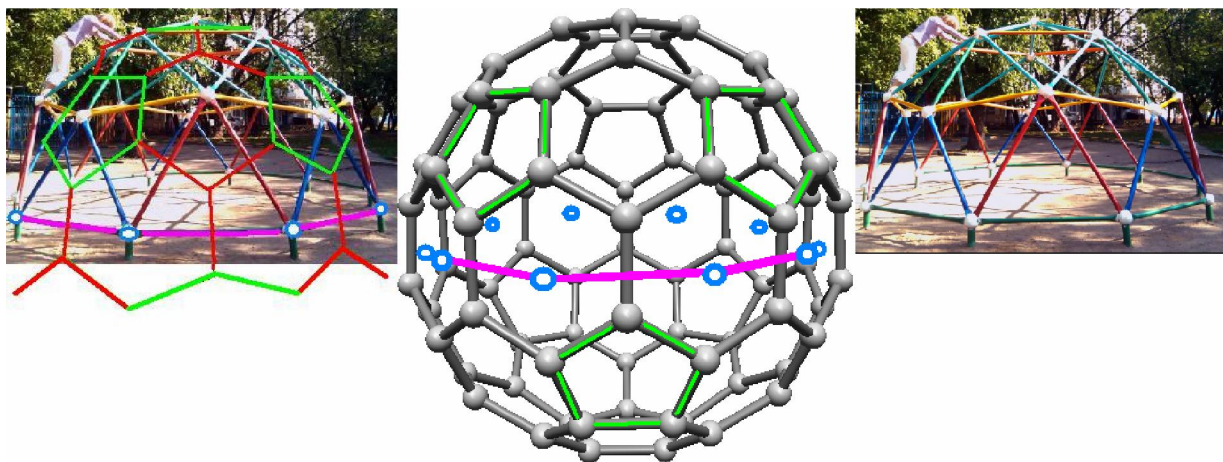
Первый и второй снизу уровни содержат по 10 вершин и образуют антипризму. Поскольку каждая вершина антипризмы принадлежит 3 треугольникам и каждый треугольник имеет три вершины, то антипризма суммарно содержит $20 \cdot 3 / 3 = 20$ треугольников.

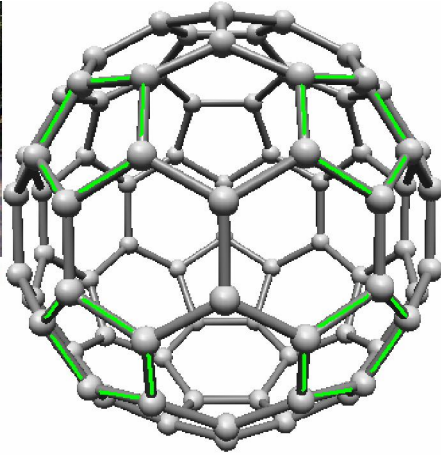
Второй и третий снизу уровни содержат 10+5 вершин, что, по аналогии, составляет $15 \cdot 3 / 3 = 15$ треугольников. Наконец, в самой верхней части «полусферы» находится 5 треугольников. Таким образом, общее число треугольников в «полусфере» составляет $20 + 15 + 5 = 40$.

Столько же атомов будет и в каждой из половинок фуллеренов, значит, фуллерены – C_{80} .

3. Будут ли среди них изомеры? Если да, то поясните, в чем заключаются их отличия. (3 балла)

Складывать половинки фуллеренов (и пару «полусфер») можно двумя способами: чтобы под пятиугольником оказался шестиугольник (низ повернут относительно верха на 36° , что приводит к фуллерену C_{80} с икосаэдрической симметрией), или чтобы под пятиугольником оказался пятиугольник (верх и низ зеркальны). То есть, получаются два изомера фуллерена:





4. Можно ли в «полусфере» вписать половинку икосаэдра и/или додекаэдра? Поясните, где в структуре «полусферы» при этом будут располагаться вершины вписанного многогранника и где эти вершины окажутся в молекулах полученных из «полусферы» фуллеренов. (3 балла)

Да, можно.

Вершины вписанного икосаэдра будут находиться в тех вершинах «полусферы», где сходятся по 5 ребер (эти вершины переходят в центры 12ти пятиугольников фуллерена C_{80}). Вершины вписанного додекаэдра будут находиться в центрах таких треугольных граней «полусферы», в каждой из вершин которых сходятся по 6 ребер (эти грани переходят в вершины, принадлежащие только шестиугольникам фуллерена C_{80}).

При этом отметим, что полностью вписать *целый* икосаэдр и додекаэдр (а не их половинки) получится только в многогранник, отвечающий икосаэдрической молекуле C_{80} .