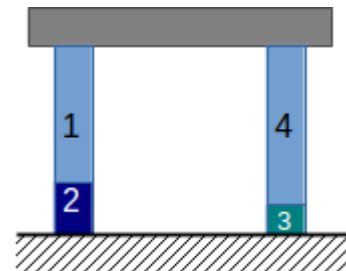


## Тепловое расширение.

Хорошо известно, что при нагревании тела расширяются. Оказывается, что это свойство тел представляет большую сложность при конструировании зондовых микроскопов. Оцените на сколько увеличится длина алюминиевого стержня, при увеличении температуры на  $1^{\circ}\text{C}$ . (2 балла). Длина стержня при  $0^{\circ}\text{C}$  равна 1 см.



В мастерской по ремонту зондовых микроскопов столкнулись со следующей задачей: подобрать материал с нужным коэффициентом теплового расширения. Дело в том, что для столика микроскопа нужно изготовить две подставки в виде цилиндрических стержней, но для компенсации тепловых расширений стержни делают не монолитными, а составляют из 2-х стержней одинакового сечения, необходимой длины. Для левой подставки взяли стержень длины  $l_1$ , с коэффициентом теплового расширения  $\alpha_1$ , а вторую часть из материала с коэффициентом теплового расширения  $\alpha_2$  и длины  $l_2$ . Для правой подставки стержня с коэффициентом теплового расширения  $\alpha_1$ , такой же длины, как слева не оказалось, но нашёлся длины  $l_4$ . С каким коэффициентом теплового расширения  $\alpha_3$  нужно подобрать материал для правой подставки, чтобы при любом нагреве подставка микроскопа оставалась горизонтальной? (6 баллов). При  $0^{\circ}\text{C}$  высота левой и правой подставок одинаковы.

## Thermal expansion.

It is well known that when heated body expands. It turns out that this property produces great difficulties when designing probe microscopes. Please estimate how much will increase the length of the aluminum rod when temperature increases on  $1^{\circ}\text{C}$ . (2 points). The length of the rod at  $0^{\circ}\text{C}$  is equal to 1 cm.

Repairing a probe microscope one came across the following problem: select the material with the desired coefficient of thermal expansion. The fact is that it is necessary to make stands for the microscope stage in the form of two cylindrical rods. For compensation of thermal expansions the rods are not made monolithic, but are composed of 2 bars of the same cross section, and the required length. For the left stand a rod of length  $l_1$  and coefficient of thermal expansion  $\alpha_1$  was taken. The second part had a length  $l_2$  and was made of a material having a thermal expansion coefficient  $\alpha_2$ . A rod having thermal expansion coefficient  $\alpha_1$  with the same length  $l_1$  as the left was not found for the right stand, but there was a length  $l_4$ . What coefficient of thermal expansion  $\alpha_3$  one has to choose for the right stand, so at any temperature the microscope stage will remain horizontal? (6 points). At  $0^{\circ}\text{C}$ , the height of the left and right stands are identical.

**Решение:**

Для алюминиевого стержня получаем:

$$\Delta l = l_0 \alpha_{\text{алюм}} \Delta t = 10^{-2} \text{ м} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1} \cdot 1 \text{ К} = 220 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 220 \text{ нм}$$

Удлинение стержней:

$$l_1 = l_{01}(1 + \alpha_1 \Delta t) \quad , \quad l_2 = l_{02}(1 + \alpha_2 \Delta t) \quad , \quad l_3 = l_{03}(1 + \alpha_3 \Delta t)$$

По условию сумма длин 1 и 2 равна сумме длин 3 и 4 при любом изменении  $t$ :

$$l_{01}(1 + \alpha_1 \Delta t) + l_{02}(1 + \alpha_2 \Delta t) = l_{03}(1 + \alpha_3 \Delta t) + l_{04}(1 + \alpha_1 \Delta t)$$

$$l_{01} + l_{01} \cdot \alpha_1 \Delta t + l_{02} + l_{02} \cdot \alpha_2 \Delta t = l_{03} + l_{03} \cdot \alpha_3 \Delta t + l_{04} + l_{04} \cdot \alpha_1 \Delta t \quad , \text{ т. к. } l_{01} + l_{02} = l_{03} + l_{04} \quad , \text{ то}$$

$l_{01} \cdot \alpha_1 + l_{02} \cdot \alpha_2 = l_{03} \cdot \alpha_3 + l_{04} \cdot \alpha_1$  , с учётом  $l_{01} = l - l_{02}$  , а  $l_{04} = l - l_{03}$  , где  $l$  суммарная исходная длина при  $0^\circ \text{ С}$ .

Окончательно получаем:

$$l_{02} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) = l_{03} \cdot (\alpha_3 - \alpha_1)$$

$$\alpha_3 = \frac{l_{02}}{l_{03}} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) + \alpha_1$$

$$\text{Можно } \alpha_3 = \frac{(l_{01} - l_{04}) \cdot \alpha_1 + l_{02} \cdot \alpha_2}{l_{03}}$$