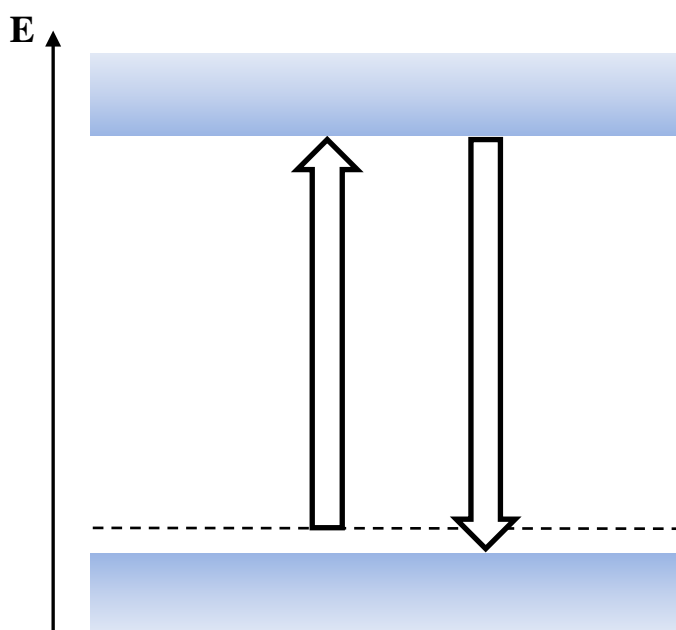


Задача 8. Лазерное антистоксовое охлаждение (7 баллов)

Неупругое рассеяние лазерного излучения веществом может быть использовано для его охлаждения – этот метод получил название лазерного антистоксового охлаждения. Метод основан на том, что поглощаемые и испускаемые затем фотоны имеют различную энергию.

За какое время Δt нанокристалл кремния радиусом $r = 25$ нм охладится на $\Delta T = 1^\circ$ под воздействием направленных на него встречных лучей лазера с длиной волны $\lambda = 325$ нм и суммарной интенсивностью $I = 41$ Вт/см², если известно, что энергия оптического фонона в кремнии $E_{\text{фон}} = 65$ мэВ. Считать, что вероятность поглощения фотонов нанокристаллами составляет $p = 0.1$ % и процесс происходит при температуре, близкой к комнатной (7 баллов).



Anti-Stokes laser cooling

Inelastic laser light scattering by the material may be used for its cooling – this method is called anti-Stokes laser cooling. The method is based on the fact that the energies of absorbed and later on emitted photons are different.

What time Δt will it take to cool down the silicon nanocrystal of $r = 25$ nm in radius for $\Delta T = 1^\circ$ under the illumination of oncoming laser beams with the wavelength of $\lambda = 325$ nm and the total intensity of $I = 41$ W/cm², if it is known that the energy of optical phonon in silicon is $E_{\text{phon}} = 65$ meV. Consider that the probability to absorb the photons by the nanocrystals is $p = 0.1$ % and the process takes place at close to the room temperature (7 points).

Решение

Суть метода в том, что энергия поглощенного фотона оказывается меньше энергии испущенного на величину, равную энергии кванта тепловых колебаний – фононов. Посчитаем число поглощенных нанокристаллом кремния фотонов света за время Δt :

$$n = \frac{p}{100} \frac{IS\Delta t\lambda}{hc}$$

где $S = \pi r^2$ – площадь поперечного сечения нанокристалла, c – скорость света, h – постоянная Планка.

В результате поглощения каждого фотона и последующего испускания кванта света с большей энергией от нанокристалла будет отбираться энергия $E_{\text{фон}}$, следовательно, полное уменьшение энергии за время Δt составит:

$$\Delta E_1 = nE_{\text{фон}}$$

При комнатной температуре справедливо выражение, связывающее суммарную энергию атомов в твердом теле и его температуру (k_B – постоянная Больцмана):

$$E = 3Nk_B T$$

где N – число атомов вещества, которое можно определить по формуле:

$$N = N_A \frac{m}{M}$$

где $m = V\rho = \frac{4}{3}\pi r^3\rho$ – масса нанокристалла (плотность кремния $\rho = 2330 \text{ кг/м}^3$), N_A – число Авогадро и $M \approx 0,028 \text{ кг/моль}$ – молярная масса кремния.

Отсюда изменение энергии при уменьшении температуры на $\Delta T = 1^\circ$:

$$\Delta E_2 = 3Nk_B \Delta T = 3N_A \frac{m}{M} k_B \Delta T$$

Приравнивая потери энергии ΔE_1 и ΔE_2 :

$$\frac{p}{100} \frac{I\pi r^2 \Delta t \lambda}{hc} E_{\text{фон}} = 3N_A \frac{m}{M} k_B \Delta T$$

Окончательно для времени имеем (учитывая, что $1 \text{ эВ} \approx 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$, а $N_A k_B = R = 8.31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$):

$$\Delta t = R \frac{4r\rho}{M} \Delta T \frac{hc}{I\lambda} \frac{100}{pE_{\text{фон}}} \approx 10^{-2} \text{ с} = 10 \text{ мс}$$