

## Магия треугольников (14 баллов)

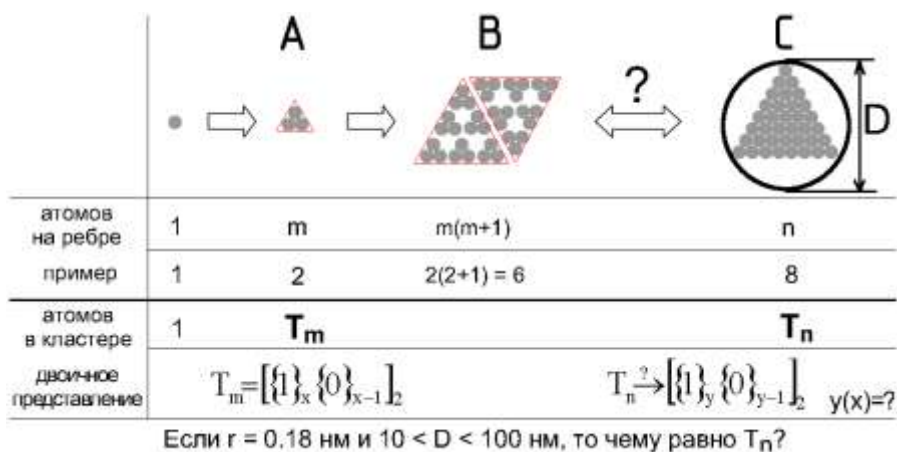


Рис. 1. **A** – нанокластер в виде правильного треугольника, ребро которого содержит  $m$  атомов (показан пример для  $m = 2$ );

**B** – нанокластер, составленный из двух одинаковых правильных треугольников, ребро каждого из которых составлено из  $m+1$  нанокластеров **A**;

**C** – нанокластер в виде правильного треугольника, ребро которого содержит  $n$  атомов.

1. Запишите общую формулу для числа атомов ( $T_m$ ) в нанокластере **A** с длиной ребра в  $m$  атомов. (1.5 балла)

2. Докажите, что для любого  $m$  (рис. 1) из атомов нанокластера **B** можно без остатка построить треугольник **C**. (3.5 балла)

3. Докажите, что если число атомов в треугольнике **A** ( $T_m$ ) можно записать в двоичном виде как последовательность, состоящую из  $x$  единиц и затем  $(x-1)$  нулей подряд ( $[\{1\}_x \{0\}_{x-1}]_2$ ), то и записанное в двоичном виде число атомов в соответствующем треугольнике **C** ( $T_n$ ) тоже будет иметь вид  $[\{1\}_y \{0\}_{y-1}]_2$ . (5 баллов) Чему при этом будет равно  $y$ ? (0.5 балла)

4. Найдите все возможные  $T_n$ , если известно, что размер неодимового нанокластера **C** (как диаметр описанной окружности  $D$ ) лежит в диапазоне 10 - 100 нм. Радиус атома неодима  $r = 0.18$  нм. (3.5 балла)