

Вложения многогранников (10 баллов)

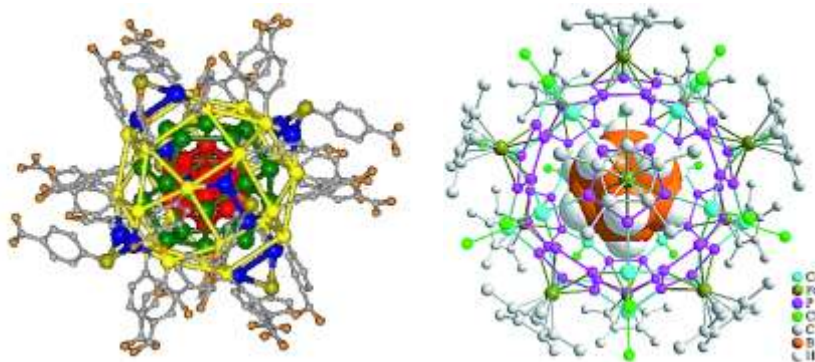


Рис. Среди нанобъектов часто можно встретить многогранники, составленные из правильных многоугольников. Иногда они вложены друг в друга как матрешка.

Для любого выпуклого многогранника справедлива теорема Эйлера: $V - E + F = 2$, где V , E , F – это, соответственно, число вершин, рёбер и граней многогранника.

1. Запишите теорему Эйлера для многогранника, составленного из правильных n -угольников, так, что в каждой вершине сходится по m ребер. Найдите все возможные многогранники, удовлетворяющие этому условию, и докажите, что иные варианты невозможны. Как называются такие многогранники все вместе и каждый по отдельности? **(2 балла)**

2. Пара многогранников является двойственными друг другу, если центрам граней одного соответствуют вершины другого. Из многогранников п. **1** составьте пары двойственных. Свой ответ обоснуйте. **(2 балла)**

3. Рассмотрим «матрешку», в которой все многогранники из п. **1** расположены друг в друге в порядке уменьшения числа вершин. Докажите, что в такой «матрешке» все многогранники можно попарно вписать друг в друга так, что все вершины внутреннего принадлежат вершинам, ребрам или граням внешнего. **(3 балла)**

4. Рассчитайте*, во сколько раз ребро внешнего многогранника при этом будет отличаться от ребра самого внутреннего. **(3 балла)**

*Для двух внешних многогранников «матрешки» можно использовать любые справочные формулы.