

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

70-35-36-40
(159.3)

Регистрационный номер участника _____

Вариант олимпиадного задания _____

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Нанотехнологии – проф в будущее“

по предмету (комплексу предметов) математика

Литвин Алексей Валерьевич

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

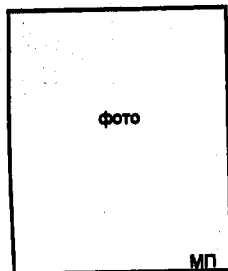
«19» марта 2015 года

Подпись участника

Литвин

**ЛИСТ УЧАСТНИКА
олимпиады школьников**

**2014/15 учебный год
НАНОТЕХНОЛОГИИ
ПРОРЫВ В БУДУЩЕЕ**



**ЛИТВИН
АННА
ВАЛЕРЬЕВНА**

**11 класс
11.07.1998 г.
дата рождения**

**Время и место проведения
заключительного этапа олимпиады:**

19-20 марта 2015 года

Главное здание

Ленинские горы, д. 1

запуск участников в корпус прекращается за 30 минут до начала олимпиады



0 291310 100461

подпись сотрудника оргкомитета

УРТМ МГУ НИВЦ МГУ АИС "ОЛИМПИАДА" 18.03.2015 20:06:18

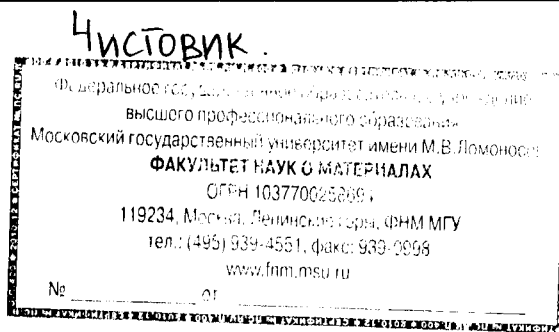


0 703536 400008

70-35-36-40

(159.3)

70-35-36-40
(159.3)



2

№1

1. найдем минимум функции $U(r)$

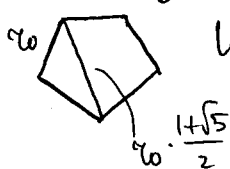
$$U'(r) = -2,6 \cdot 10^{-3} \cdot (-5) r^{-6} + 4,4 \cdot 10^{-5} \cdot (-8) \cdot r^{-9} = 0$$

$$2,6 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot r^3 - 4,4 \cdot 8 \cdot 10^{-5} = 0$$

$$r^3 = \frac{4,4 \cdot 8 \cdot 10^{-5}}{2,6 \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = \frac{35,2}{13} \cdot 10^{-2} \approx 2,7 \cdot 10^{-2} = 0,027$$

$$r_0 = 0,3 \text{ нм} + 2,55$$

2. тетраэдр; все атомы симметричны

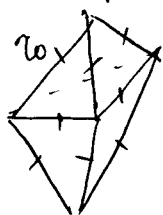


$$U_n = 5U_1 = 5 \left(2U(r_0) + 2U\left(r_0 \cdot \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right) \right)$$

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx \frac{1+2,2}{2} = 1,6$$

$$U = 10U(r_0) + 10U(1,6r_0) = 10 \left(U(0,3) + U(0,48) \right) = 10 \left(-\frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{0,3^5} + \frac{4,4 \cdot 10^{-5}}{0,48^5} - \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{0,48^5} + \frac{4,4 \cdot 10^{-5}}{0,48^8} \right)$$

дипирамида



найдем её высоту

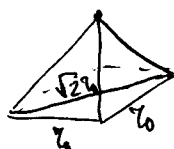
$$H = 2h = 2 \sqrt{AC^2 - AO^2} = 2 \sqrt{r_0^2 - \left(\frac{2}{3} H\right)^2} =$$

$$= 2 \sqrt{r_0^2 - \frac{4}{9} H^2} = 2 \sqrt{r_0^2 - \frac{4}{9} \left(r_0^2 - \frac{4}{9} r_0^2 \right)} =$$

$$= 2 \sqrt{r_0^2 - \frac{4}{9} r_0^2 + \frac{16}{81} r_0^2} = 2 \sqrt{\frac{4}{9} r_0^2} = 2 \cdot \frac{2}{3} r_0 = \frac{4}{3} r_0$$

$$U = 3 \cdot 4U(r_0) + 2 \left(3U(r_0) + 4U\left(\frac{4}{3} r_0\right) \right) = 18U(r_0) + 2U\left(\frac{4}{3} r_0\right)$$

квадратная пирамида



$$U = 4U(r_0) + 4 \left(3U(r_0) + 4U(1,4r_0) \right) = 16U(r_0) + 4U(1,4r_0)$$

0,5

~~мы~~ мы знаем, что $U(x)$ - тип функции

$$\rightarrow 10U(1\%) + 10U(1,6\%) > 16U(1\%) + 4U(1,4\%) > 18U(1\%) + 2U(1,6\%)$$

значения $U(1,6\%)$ и $U(1,4\%)$ близки.

тепловыпуск > кв. пирамида > гр. бипирамида. +0,5

№2. рассмотрим октаэдр как $2n-1$ слоев (квадратных).

$$\square_n = \left[\square^{n-1} - \square^{n-2} - \dots - \square^2 - \square^1 - 0 \right]_2$$

~~$$N = \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} x_i^2$$~~

$$x = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \quad N = \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^{n-1} x_i^2$$

$$N = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} + \frac{2(n-1)^3 + 3(n-1)^2 + n-1}{6} =$$

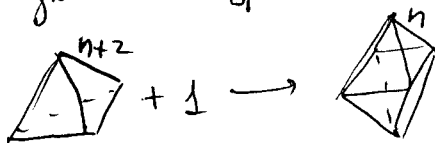
$$= \frac{1}{6} (2n^3 + 3n^2 + n + 2(n^3 - 3n^2 + 3n - 1) + 3(n^2 - 2n + 1) + n - 1) =$$

$$= \frac{1}{6} (2n^3 + 3n^2 + n + 2n^3 - 6n^2 + 6n - 2 + 3n^2 - 6n + 3 + n - 1) =$$

$$= \frac{1}{6} (4n^3 + 2n^2 + 2n) \leftarrow \text{число атомов в октаэдр. кластере}$$

2. где тетраэдра $T_n = \frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6}$

где октаэдра $R_n = \frac{4n^3 + 2n^2 + 4n}{6}$



$$T_{n+2} + 1 = R_n$$

$$\frac{(n+2)^3 + 3(n+2)^2 + 2(n+2)}{6} + 1 = \frac{4n^3 + 2n^2 + 4n}{6}$$

$$n^3 + 3n^2 \cdot 2 + 3 \cdot n \cdot 4 + 8 + 3n^2 + 12n + 12 + 2n + 4 + 6 = 4n^3 + 2n^2 + 4n$$

$$n^3 + n^2(6+3) + n(12+12+2) + 8+12+4+6 = 4n^3 + 2n^2 + 4n$$

$$-2n^3 + 9n^2 + 24n + 30 = 0$$

$$2n^3 - 9n^2 - 24n - 30 = 0$$

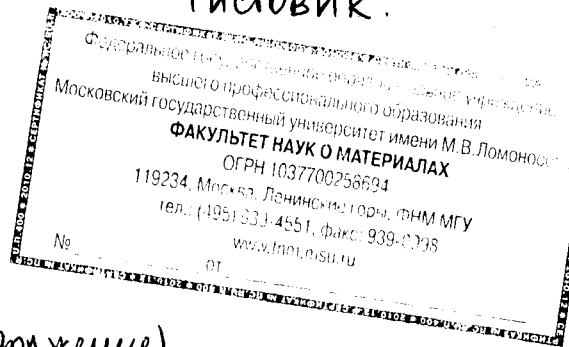
~~$$n^3 - 6n^2 + 25n + 30 = 0$$~~

$$\begin{array}{r} n^3 - 6n^2 + 25n + 30 \\ -n^3 + 6n^2 - 25n - 30 \\ \hline 0 \end{array}$$

Чистовик.

70-35-36-40

(159.3)



№6. (предложение)

2. а) тетраэдр $n'_{\min} = 4 \rightarrow n_{\min} = 8; N = 56$ 1

б) триг. дип. $n'_{\min} = 2 \rightarrow n_{\min} = 5; N = 55$ 1

в) куб $n'_{\min} = 2 \rightarrow n_{\min} = 4; N = 64$ 0,5

г) окос $n'_{\min} = 3 \rightarrow n_{\min} = 4; N = 147$ 0,5

3. Внешний слой

а) тетраэдр

$$N_n = 4 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - 6n + 4 = 2n(n+1) - 6n + 4 = 2n^2 - 4n + 4 \quad 1$$

б) триг. дип.

$$N_n = 6 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - 9n + 5 = 3n(n+1) - 9n + 5 = 3n^2 - 6n + 5 \quad 1$$

в) куб

$$N_n = 6 \cdot n^2 - 12n + 8 \quad 1$$

г) окосаэдр

$$N_n = 10 \cdot \frac{n(n+1)}{2} - n \quad -$$

4. а) тетраэдр

$$\varphi = \frac{N_n(6)}{N(6)} = \frac{72 - 24 + 4}{56} = \frac{52}{56} = \frac{26}{28} = \frac{13}{14} \approx 0,93 \text{ или } 93\% \quad 0,75$$

б) триг. дип.

$$\varphi = \frac{N_n(5)}{N(5)} = \frac{75 - 30 + 5}{55} = \frac{50}{55} = \frac{10}{11} \approx 0,91 \text{ или } 91\% \quad 0,75$$

в) куб

$$\varphi = \frac{N_n(4)}{N(4)} = \frac{6 \cdot 16 - 96 + 8}{64} = \frac{60 + 36 - 96 + 8}{64} = \frac{68}{64} = \frac{17}{16}$$

$$= \frac{6 \cdot 16 - 72 + 8}{64} = \frac{60 + 36 - 72 + 8}{64} = \frac{104 - 72}{64} = \frac{32}{64} = 0,5 \text{ или } 50\% \quad -$$

5. $512 = 2^9 = 8^3$ weil $m=4$ -

$$125 = 5^3 \quad \text{модуль } m = 3 -$$

свой $m = \left[\frac{n}{2} \right] + 1$ — \leftarrow индекс разрыва

⑦ 1. $B = \frac{1}{3}(x_1 + y_1) + 2\sqrt{}$

2. wenn $B = 60$ $x^n + y^m = 180$

$$P = \frac{1}{2}(x_n + y_m) = 90.5$$

3. $\Gamma + B - P = 2$

$$7 + 60 - 80 = 2$$
$$\Gamma + 60 - 80 = 2$$

$$\Gamma = 32 \quad 32 \text{ грамм} + 28$$

4. число вершин $2 =$ сум. степеней вершин n -угольника.
(условие: "все верш. многогран. ...")

$B = X_n = 60 \rightarrow my = 120$

$$h = \frac{60}{x}$$
$$m = \frac{120}{y}$$
$$\therefore x = \frac{60}{n} ; y = \frac{120}{m} ;$$
$$n \geq 3, m \geq 3$$
$$n, m, x, y \in \mathbb{N}$$
$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$
$$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$$

✓ в таблицу введено всех

Н у X

4 15

6 10

~~5 12~~
~~10 6~~

12 5

15 9
10 1

10 6

$$\begin{array}{r} 80 \\ 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ 3 \end{array}$$

3

74


1

ИЗМЕНЕНИЕ ПОЛЯ

— — — — — 100% — — — — —

можно подставить
система
уравнения
попробуй

2. Some



для записи запрещается

№8.

1. $7220 = 20(n^2 + nm + m^2)$

$n^2 + nm + m^2 = 361$

$n = m$

$3n^2 = 361$

$n^2 = \frac{361}{3} \notin \mathbb{N}$

\Rightarrow нет решений

\rightarrow ближайшее число: 3 \rightarrow 360 \rightarrow формула S_{7200} !
 \rightarrow нет коэф. n, m !

$n^2 + nm + m^2 = 361 \quad m, n \in \mathbb{N}$

$D = m^2 - 4$

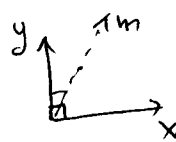
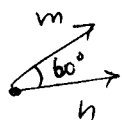
$n = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - 4}}{2}$, т.к. $n > 0$, то

$n = \frac{\sqrt{m^2 - 4} - m}{2} = \frac{\sqrt{n^2 - 4}}{2} - \frac{m}{2}$

\rightarrow в системе координат

аналогично

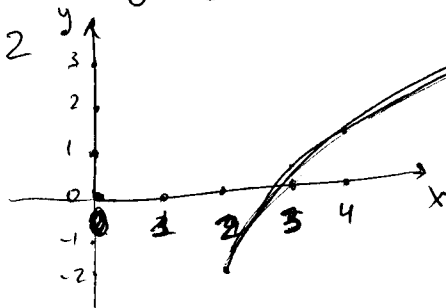
$m = \frac{\sqrt{n^2 - 4}}{2} - \frac{n}{2}$



перейдем в систему коэф. x, y . $OX \uparrow ON$, угол там же.

$x = n \quad y = \frac{\sqrt{3}}{2} m$, тогда $y = \frac{\sqrt{3}}{4} \sqrt{x^2 - 4} - \frac{\sqrt{3}}{4} x = \frac{\sqrt{3}}{4} (\sqrt{x^2 - 4} - x)$

$x \geq 2$

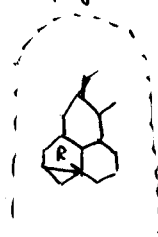


$\left[\lim_{n \rightarrow \infty} m = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2} \left(\sqrt{1 - \frac{4}{n^2}} - 1 \right) = 0 \right]$

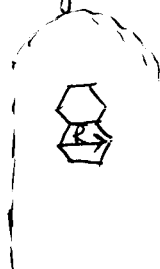
Σ 38012

№3

1. Трубка



2. Трубка



$\Rightarrow \begin{cases} n=0 \\ m=0 \end{cases}$
зигзагообразная
(6;0) + 15

2. C_{36+12k}^{*2}

3. $k=7$ (4)

зубчатая
(8;8) 4,4 + ~~0,8~~ + 1,28

C_{44+16k}^{*2}

$k=5$ (6)

№4

1. $n = \frac{D-D_0}{2} \cdot \frac{1}{d}$

$n = \frac{70 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 320 \cdot 10^{-9}} = \frac{7}{64} \cdot 10^6 = \frac{70}{64} \cdot 10^5 = \frac{35}{32} \cdot 10^5 \approx 1,09687 \cdot 10^5$
= 10987 зубков + 2

2. $D = \left(\frac{\pi D_1^2}{4} - \frac{\pi D_0^2}{4} \right) \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{1}{6} \text{ см}$

$D = \frac{\pi \delta}{4 d^2 b} (D_1^2 - D_0^2) = \frac{3,14 \cdot 130 \cdot 10^{-9} \cdot 10^{-6}}{4 \cdot (320)^2 \cdot 10^{-18} \cdot 150 \cdot 10^{-9}} (70^2 - 50^2) =$

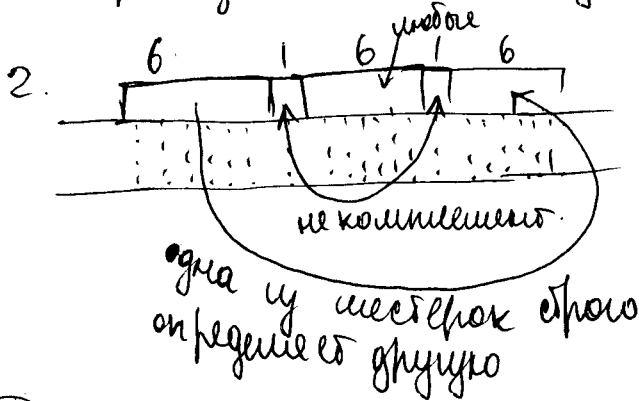
$= \frac{3,14 \cdot 130 \cdot 10^{-12}}{4 \cdot 320 \cdot 320 \cdot 150} \cdot (49 - 25) = \frac{3,9 \cdot 119}{4176} \cdot 10^{-12} \text{ см} =$

$= \frac{3,9 \cdot 119}{4176 \cdot 8,6 \cdot 10^9} = \frac{3,9 \cdot 119}{4176 \cdot 8,6} \cdot 10^{-3} \approx \frac{480}{357} \cdot 10^{-3} = \frac{480}{357} \cdot 10^{-2} \approx 1415$

3. $\varphi = S_0 \cdot \frac{a}{d} = \frac{\pi (D_1^2 - D_0^2)}{4} \cdot \frac{a}{d}$
 $\varphi = \frac{3}{4} \cdot 10 \cdot (70^2 - 50^2) \cdot \frac{130 \cdot 10^{-9}}{320 \cdot 10^{-9}} = \frac{3}{4} \cdot 10^{-4} \cdot (49 - 25) \cdot \frac{13}{32}$
 $\varphi = \frac{a}{d} \quad \varphi = \frac{130 \cdot 10^{-9}}{320 \cdot 10^{-9}} = \frac{13}{32} \approx 0,4 \text{ мм } 40\%$

№5

Для образования 4-х последовательных букв. далее ими строго определен.
 $\rightarrow W = \frac{1}{4^4} = \frac{1}{256}$ (четыре первых буквы определяют весь полидром) $\pm 0,5$
 6 секундней последов. в среднем 1 полидром (8) приходится на 256 букв. \pm

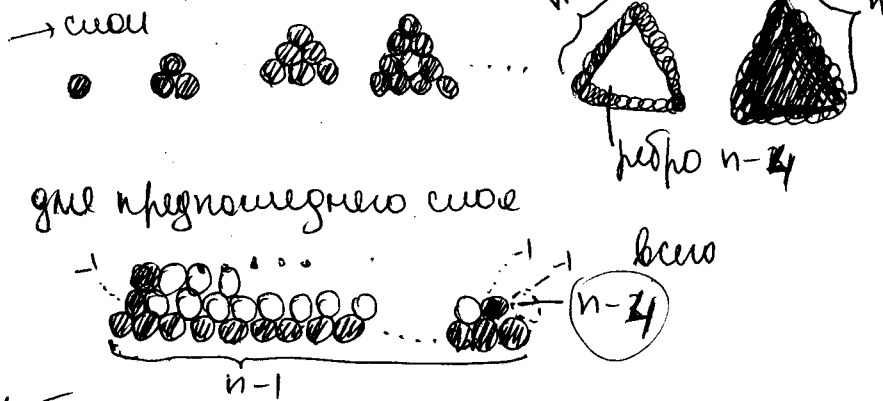


$$W' = \left(\frac{3}{4}\right) \cdot \frac{1}{4^6} = \frac{3}{4^7}$$

обосновать 3.58

№6. 1.

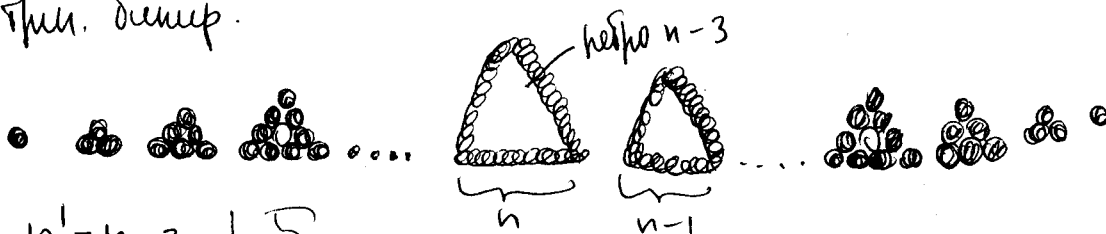
а) тетраэдр n. закрашенные сфера атомы



тетр. $n' = n - 4$

1,5

б) три. диаметр.



т.д. $n' = n - 3$ 1,5

в) куб. $n' = n - 2$ 1

г) октаэдр у кубика $6 \rightarrow 5 \rightarrow 4$ $n' = n - 1$ 1
 см. на другом листе