Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
ФАКУЛЬТЕТ НАУК О МАТЕРИАЛАХ
ОГРН 1037700258694
119234, Москва, Ленинские горы, ФНМ МГУ
тел.: (495) 939-4551, факс: 939-0998
www.fnm.msu.ru
№

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

68-76-80-28
(159.6)

Регистрационный номер участника ______________

Вариант олимпиадного задания ______________

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников «Нанотехнологии – Прорыв в будущее!»

по предмету (комплексу предметов) математика

Шлапаковой Полины Сергеевны

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

«19» марта 2015 года

Подпись участника

Шлапакова

ЛИСТ УЧАСТНИКА
олимпиады школьников

2014/15 учебный год
НАНОТЕХНОЛОГИИ
ПРОРЫВ В БУДУЩЕЕ

фото

МП

ШЛАПАКОВА
ПОЛИНА
СЕРГЕЕВНА
11 класс
11.03.1998 г.
дата рождения

Время и место проведения
заключительного этапа олимпиады:
19-20 марта 2015 года
Главное здание
Ленинские горы, д. 1
запуск участников в корпус прекращается за 30 минут до начала олимпиады

0 291310 100799

подпись сотрудника оргкомитета

УРТМ МГУ НИВЦ МГУ АИС "ОЛИМПИАДА" 18.03.2015 21:19:00

0 687680 280009

68-76-80-28
(159.6)

Апелляцию удовлетворить, оценку изменить с 58 на 59 (пятьдесят девять)

[подпись]

Председателю жюри
IX Всероссийской олимпиады школьников
„Нанотехнологии — прорыв в будущее!"
Фоусенту Кнотько А. В.
От участника очного тура олимпиады
Шлапаковой Полины Сергеевны

Заявление об апелляции

Прошу пересмотреть оценку, полученную мной на очном туре по математике в связи с тем, что не до конца была посчитана задача №3.

22. 03. 2015

[подпись]

По итогам апелляции оценка увеличена на 59 (пятьдесят девять)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

Ганичева С.А.
Гудилин Б.
Киселёв А.

68-76-80-28
(159.6)

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ	Итог
5,25	2,5	4,5	2	6	8	5	3	36,25	58 (пятьдесят восемь)
24	2,5	1,5 +18							

Зыкин (Зыкин М.А.)
Ганичева (Ганичева С.А.)

$$U'(r, \text{нм}) = (-r^{-5})' \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-3} + 4{,}4 \cdot 10^{-5}(r^{-8})'$$

1. $-5 \cdot -2{,}6 \cdot 10^{-3} r^{-6} + 4{,}4 \cdot 10^{-5} r^{-8} \cdot (-8) = 0$

$-5 \cdot -2{,}6 \cdot \cancel{10^{-3}} r^{-6} = 8 \cdot 4{,}4 \cdot \cancel{10^{-5}} \cdot r^{-9}$

$-5 \cdot (-2{,}6) = 8 \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-2} \cdot r^{-3}$

$r^3 = \frac{8 \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 2{,}6} = \frac{4 \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 1{,}3}$ нм $= \frac{(16+1{,}6) \cdot 10^{-2}}{5+1{,}5}$ нм

$r =$

$= \frac{8 \cdot 4{,}4}{5 \cdot 2{,}6} = \frac{44 \cdot 8}{5 \cdot 26} = \frac{44 \cdot 4}{5 \cdot 13} = \frac{11 \cdot 16}{5 \cdot 13} \cdot 10^{-2}$

$\sqrt[3]{\frac{8 \cdot 4{,}4}{5 \cdot 26} \cdot 10^{-3}} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 44}{50 \cdot 26}$

2. 

$5r_0$ $5r_0 + 5r_x$

$2r_x + 2r_x + 1r_x = 5r_x$

$180 \cdot (n-2) = 180 \cdot 3 = \frac{540}{5} = 108°$

$3r_0 + 3r_0 + 3r_0 + r_z$

$4r_0 + 2r_x + 4r_0$

$(n-1)^3 = (n^2 - 2n + 1)(n-1) = n^3 - 2n^2 + n - n^2 + 2n - 1 = n^3 - 3n^2 + 3n - 1$

(2)

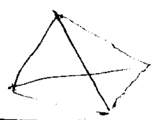
② 1. $O(n) = \frac{2n^3 + 3n^2 + n + 2(n-1)^3 + 3(n-1)^2 + (n-1)}{6} = \frac{2(n^3 + (n-1)^3)}{6} +$

$+ \frac{3(n^2 + (n-1)^2)}{6} + \frac{2n-1}{6} = \frac{2(n^3 + n^3 - 3n^2 + 3n - 1) + 3(n^2 + n^2 - 2n + 1)}{6}$

$+ \frac{2n-1}{6} = \frac{\cancel{2n^3} - \cancel{6n^2} + \cancel{6n} - \cancel{2} + \cancel{6n^2} - \cancel{6n} + \cancel{3} + \cancel{2n} - \cancel{1}}{6} = \frac{4n^3 + 2n}{6} =$

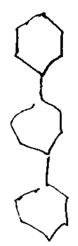
$= \frac{2n^3 + n}{3} = \frac{2n(n^2+1)}{3} =$ 1,5

2. $+1$ $\frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6} + 1 = \frac{2(n-2)((n-2)^2 + 1)}{3}$ 1



③ 1) 1. – зигзаг почему? $C_x + h_y$ 4! 12 $\frac{8 \cdot 4{,}4}{5 \cdot 2{,}6 \cdot 100} =$

2 – зубчат 1 балл 1,5 б



2) $y_1 = 12$ x^2 $X_1 = 6 + 12$ $K_1 = 8$ 1 балл $= \frac{8 \cdot 44}{5 \cdot 26 \cdot 100} = \frac{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 11}{5 \cdot 26 \cdot 2 \cdot 50} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 11}{}$

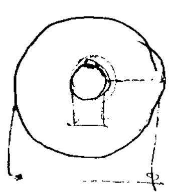
$y_2 = 16$ $X_2 = 6 + 16$ $K_2 = 6$

$\frac{1+2{,}2}{2} = 1{,}6$

Σ 4,5

Подписывать лист-вкладыш и использовать поля для записи запрещается

4. $1,\ nd = \frac{D-d_0}{2}$ Черновик $\begin{array}{r}49\\ \times 7\end{array}$



2.

120

$16+6+8 =$
$= 22+8=30$

$\begin{array}{r}15\\ \times 25\\ \hline 75\\ 30\\ \hline 375\end{array}$ $\begin{array}{r}36\\ \times 6\end{array}$ $\begin{array}{r}64\\ \times 8\\ \hline 512\end{array}$

$180\cdot 3 = \frac{540}{5} = 108$

$r^2 = r_0^2 + r_0^2 - 2r_0^2 \cos 108°$

$r^2 = r_0^2(1-\cos 108)$ $r = r_0(1-\cos 108)$

5. 1. 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 . . . . 4^4

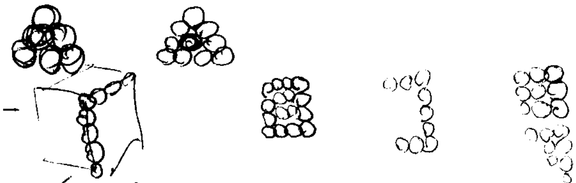
4 · 4 · 4 · 4 · 4 $4^4 \cdot 4^4 = 4^4$

$\begin{array}{r}1250\\ \times 375\\ \hline 1625\\ 5\\ \hline 1627\\ 39\\ \hline 1518\end{array}$

xx 4 4 4 4 4 4 xxxxxxxx xx
xx — — — — — — xxxxxxxx — — — — — — — xx
4 4 4 4 4 4 4 1

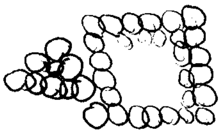
$\begin{array}{r}16\\ \times 16\\ \hline 96\\ 16\end{array}$

6.



1. a –

куб – $(n-2)$ $n_{min} = 4$ n_{ory} –



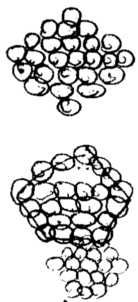
7. 7 x n-угольников y m-угольников

$Г + В - Р = 2$

$\frac{В \cdot 3}{2} = Р$ 1) $\frac{x\cdot n + y\cdot m}{3} = В$

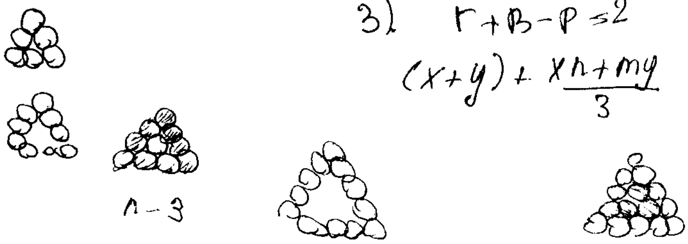
$(x+y) = Г$ 2) $Р = \frac{В\cdot 3}{2}$

3) $Г + В - Р = 2$



$(x+y) + \frac{xn+my}{3} - \frac{(xn+my)}{2} = 2$

4.



$n-3$

$5 - 3 = 2$

$n^3 - 6n^2 + 12n - 8 = (n-2)^3$

$n^3 + 3n^2 + 2n + 6 =$

$4n^3 - 27n^2 + 30n - 46 = 0$

~~4n~~ $n($

$\frac{2n(n^2+1)}{3} = \frac{2n(n^2-1)}{3(n-1)3}$

$\frac{2n(n^2-1)}{3(n-1)} = \frac{n^3+3n^2+2n}{6} + 1$

$\frac{4n(n^2+1)}{(n-1)} = n^3 + 3n^2 + 3n + 1 - n + 5$

$4n(n^2+1) = (n+1)^3 - (n-5)$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

68-76-80-28
(159.6)

Чистовик

① 1. Энергия сист. минимальна в точке минимума функции

$U' = 5 \cdot 2{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot r^{-6} - 8 \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-5} \cdot r^{-9}$

$U' = 0 \qquad 8 \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-5} \cdot r^{-9} = 5 \cdot 2{,}6 \cdot \cancel{10^{-3} \cdot r^{-6}}$

$8 \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-2} \cdot r^{-3} = 5 \cdot 2{,}6$

$r_0 = \sqrt[3]{\dfrac{8 \cdot 4{,}4 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 2{,}6}} =$

2,25

2.

$5r_0 + 5r_x$ | $3r_0 + 3r_0 + 3r_0 + r_x$ | $4r_0 + 4r_0 + 2r_x$

Всего: $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ взаимод. 10 взаимод. 10 взаимод. +0,5

0,25 $r_x = \frac{(1+\sqrt{5})}{2} r_0$ $r_x = 2r_0$ 0,25 $r_x = \sqrt{2}\, r_0$ + 0,75

$U_1 = 5U(r_0) + 5U(1{,}6 r_0)$ $U_2 = 9U(r_0) + U(2r_0)$ $\cancel{U_3 = (8+\sqrt{2})U(r_0)}$

$U_3 = 8U(r_0) + 2U(\sqrt{2} r_0)$

$U_2 < U_3 < U_1$ +0,25

② 1. $O(n) = R(n) + R(n-1)$

$O(n) = \dfrac{2n^3 + 3n^2 + n + 2(n-1)^3 + 3(n-1)^2 + (n-1)}{6} =$

$= \dfrac{2(n^3 + n^3 - 3n^2 + 3n - 1) + 3(n^2 + n^2 - 2n + 1) + 2n - 1}{6} = \dfrac{4n^3 \cancel{- 6n^2} \cancel{+ 6n} \cancel{- 2}}{6} +$

$+ \dfrac{\cancel{6n^2} \cancel{- 6n} \cancel{+ 3} + 2n \cancel{- 1}}{6} = \dfrac{4n^3 + 2n}{6} = \dfrac{2n(n^2+1)}{3}$

2. $T(n) + 1 = O(n-2)$

$\dfrac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6} + 1 = \dfrac{2(n-2)((n-2)^2 + 1)}{3}$

$n^3 + 3n^2 + 2n + 6 = 4((n-2)^3 + (n-2))$

$n^3 + 3n^2 + 2n + 6 = 4(n^3 - 6n^2 + 12n - 8 + n - 2)$

$n^3 + 3n^2 + 2n + 6 = 4n^3 - 24n^2 + 28n + 4n - 40$

④ 1. $n = \dfrac{D - D_0}{2d} = \dfrac{70\text{ мм}}{2 \cdot \frac{320}{10^{-9}}} \cdot 10^3 = \dfrac{70 \cdot 10^6}{2 \cdot 320} = \dfrac{7 \cdot 10^6}{64}$ +2

3. $\varphi =$

2

Подписывать лист-вкладыш и использовать поля для записи запрещается

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

(3) 1. Первая трубка: зигзагообразная, $m = 6$

Вторая: зубчатая, $m = n = 4$

2. №1: $x = 18$ $y = 12$

№2: $x = 30$ $y = 18$

3. №1: $k = 8$

№2: $k = 6$

(5) 1. В случае ДНК-палиндрома при случайном заполнении первой половины пал-рома, вторая его половина однозначно определена, поэтому

$1/\varphi = 1/4^4 = 1/256$ (или 1 палиндром на 256 случ. 8-нукл. послед-тей) 3б

Такой палиндром приход-ся на $4^4 \cdot 8^4 = 256 \cdot 8 = 2048$ нуклеотидных пар

2. По условию частичн. палиндром выглядит ТАК 3б

4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 3

XXOOOOOOXXXXXXXXOOOOOOOXX

... XXOOOOOOXXXXXXXXOOOOOOOXX

XXOOOOOOXXXXXXXXOOOOOOOXX

На краю петли ставим 3, потому что здесь не может стоять комплем. нуклеотид

$1/\varphi = \frac{4^{14} \cdot 3}{4^{20}} = \frac{4^8 \cdot 3}{4^6} = 3/4096$

(6)

Тетраэдр	Триг. бипир.	Куб	Икосаэдр
1. n' 	аналогичные сечения		
$n' = n - 3$	$n' = n - 3$ 15	$n' = n - 2$ 1	$n' = n - 1$ 1
2. $n_{min} = 5$	$n_{min} = 5$ 0,5	$n_{min} = 4$ 0,25	$n_{min} = 3$ 0,25
3. $N = T(n) - T(n-3) =$	$N = P(n) - P(n-3)$	$N = n^3 - (n-2)^3$	$N = I(n) - I(n-1)$

$= \frac{n^3 + 3n^2 + 2n - (n-3)^3 +}{6}$

$\frac{+3(n-3)^2 + 2(n-3)}{6} =$

$= (n^3 + 3n^2 + 2n - (n^3 - 9n^2 + 27n + 27) -$

$- 3(n^2 - 6n + 9) - 2n + 6)/6 =$

$= (\cancel{n^3} + \cancel{3n^2} + \cancel{2n} - \cancel{n^3} + \cancel{9n^2} - \cancel{27n} - 27 -$

$- \cancel{3n^2} + \cancel{18n} - 27 - \cancel{2n} + 6)/6 =$

$= \boxed{\frac{9n^2 - 9n - 48}{6} = N_T}$

$= n^3 - (n^3 - 6n^2 + 12n - 8) =$

$\boxed{N_K = 6n^2 - 12n + 8}$ 1

4. $\varphi_T = \frac{\frac{5^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5}{6} - 4}{\frac{5^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5}{6}} = 1 - \frac{24}{125 + 75 + 10} = 1 - \frac{24}{210} = \frac{186}{210} = \frac{31}{35}$

$\varphi_{TБ} = \frac{\frac{2 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 5}{6} - 5}{\frac{2 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 5}{6}} = 1 - \frac{5 \cdot 6}{2 \cdot 125 + 3 \cdot 25 + 5} = 1 - \frac{5}{(250 + 80)/6} = \frac{50}{55}$ 0,75

Подписывать лист-вкладыш и использовать поля для записи запрещается

$\varphi_к = \frac{4^3-2^3}{4^3} = 1-\left(\frac{2}{4}\right)^3 = \frac{7}{8}$ 0,75

$\varphi_и = 1 - \frac{10\cdot 2^3 - 15\cdot 2^2 + 22 - 3}{10\cdot 5^3 - 15\cdot 5^2 + 55 - 3} = 1 - \frac{80-60+19}{1250 - 15\cdot 25 + 52} = 1 - \frac{39}{1677} = \frac{1518}{1677}$

5. при $N = 512$, $n = 8$ $\Rightarrow$ 4 слоя ($n=8, n=6, n=4, n=2$) –
при $N = 125$, $n = 5$ $\Rightarrow$ 3 слоя ($n=5, n=3, n=1$) –
Число слоев равно $\frac{n}{2}$ (n-четное) или $\frac{n+1}{2}$ (n-нечетное) +1б

7) 1. $В = \frac{x\cdot n + y\cdot m}{3}$ +2б 2. $Р = \frac{В\cdot 3}{2} = \frac{60\cdot 3}{2} = 90$ 1б

3. $Г + В - Р = 2$ Г ← можно найти в числах.

$(x+y) + \frac{xn+ym}{3} - \frac{xn+ym}{2} = (x+y) - \frac{xn+ym}{6} = 2$ 1б

4. т.к. все ~~в~~ угольники разделены $\Rightarrow$ $В = xn$ +1б

$xn = \frac{xn+ym}{3} \Rightarrow 2xn = ym$

$(x+y) - \frac{xn}{2} = 2$

$\begin{cases} 2(x+y) - xn = 4 \\ 2xn = ym \end{cases}$

$\sum$ 5б

8) 1. а) при $n = m$

$N = 20\cdot 3n^2$

$7220 = 60n^2 \rightarrow$ 722 не дел-ся на 6 $\Rightarrow n \neq m$

при $n = 11$ имеем $N = 60\cdot 121 = 7260$ +

при $n = 0$ или $m = 0$

$N = 20n^2 \Rightarrow n^2 = 361$, ~~невозможно для целых чисел~~ $\Rightarrow$ ~~$n \neq 0$ и $m \neq 0$~~ 3б

$n = 19$ + $\Rightarrow$ $(m)n$ может быть $= 0$

~~при $N = 60$~~

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$2xn = ym$

$B =$

$(x+y) - \frac{xn+ym}{6} = 2$

$(x+y) - \frac{xn}{2} = 2$

$\begin{cases} 2(x+y) - xn = 4 \\ 2xn = ym \end{cases}$

$P = \frac{xn \cdot 3}{2}$

$\frac{xn+my}{3} = xn$

$2xn = my$

$\frac{2n}{m} = \frac{y}{x}$

$\frac{x}{y} = \frac{m}{2n}$

$\frac{y}{x} = 1$

n

$2\frac{x}{y} + 2 - \frac{x}{y}n = \frac{4}{y}$

$\frac{2n}{n} + 2 - \frac{m}{2} = \frac{4}{y}$

$y = 1 \quad \frac{m}{n} - \frac{n}{2}$

$7220 \div 60 = 12$

$722 \div 2 = 361$

$nr_1 + mr_2$

$N = 20(n^2 + nm + m^2)$

$7220 = 20(n^2 + n^2 + n^2) = 60n^2 \rightarrow n \neq m$

$7220 = 20n^2$

$n^2 \neq 361 \Rightarrow n \neq 0 \quad m \neq 0$

$720 / 6 = 120$

$60n^2 = 7200$

$n = 121$

$60 \cdot 121 =$

$722 \div 2$

60

$121 \times 60 = 7260$

24

$25 \times 25 = 625$

$15 \times 15 = 225$

$19 \times 19 = 361$

$19 \times 19 = 361$

72

$361 = n^2 + nm + m^2$

$361 = 1 + m + m^2$

$360 = m(m+1)$

3 $\quad 15 \cdot 16 =$

$18 \cdot 19$

$17 \cdot 18 \quad 19 \cdot 20 =$

$= 200 + 180 =$

$\frac{8 \cdot 2{,}2 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 1{,}3} = \sqrt[3]{\frac{17{,}6 \cdot 10^{-2}}{6{,}5}}$

$5 + 1{,}5$

$16 + 1{,}6$

$\frac{32 + 3{,}2}{10 + 3} =$

$361 =$

$13 \times 13 = 169$

$352 \div 13 = 27$

$\frac{352}{13}$

$= \frac{35{,}2}{13} \cdot 10^{-2} = \sqrt[3]{\frac{35{,}2}{1{,}3}} \cdot 10^{-1}$

$2n^3 + 3$

$\frac{n^3 + 3n^2 + 2n + 6}{6} = \frac{2(n-2)((n-2)^2+1)}{3}$

$\frac{n^3 + 3n^2 + 2n + 6}{2} = (n-2)((n-2)^2+1)$

$3n^3 + 27n^2 - 30n - 46 = 0$

$n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = (n-1)^3$

Подписывать лист-вкладыш и использовать поля для записи запрещается

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

$\frac{D-D_0}{2d}+1$

Логич. ячейка 1

a

$4^4 = 1/256$

$1/256$

из 8 нукл.

$n=1$

$2x+2y-x=4$

$2x = my$

$x+2y=4$

1 палиндром

на 256 8 нукл.

4

$\frac{4^4}{4^8} =$

$\frac{4^4}{4^8} = 1/4^4 = 1/256$

$4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4$

1 палиндром на 256 восьминукл.

$4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4$

256

n

$256\cdot256$

1 палиндром на 256 8 нукл.

$1/256$

$\begin{cases} 2xn = ym \\ 2(x+y)-xn=4 \end{cases}$

$256\cdot8 = 2048$

$\frac{7}{64}$

$4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4$

4! 4 4 4 4 4 3

XXOOOOOOXXXXXXXXXOOOOOOOOOXX

XXOOOOOOXXXXXXXXXOOOOOOOXX

$\frac{x}{y} = \frac{m}{2n}$

$\frac{2m}{2n}+2-\frac{m}{2} = \frac{4}{y}$

$n - \cancel{2x}$

$\frac{m}{n}+2-\frac{m}{2} = \frac{4}{y}$

$4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4\cdot4$

$16 \quad 16 \cdot 16$

$\frac{n}{2}+$

$y -$

$16\cdot16 = 256$

$256 \times 16 = 1536 + 256 = 4096$

$2\Gamma - B = 4$

$\Gamma + B - P = 2$

$2\Gamma + 2B - 2P = 4$

$4096 : 3 = 136$

-3, 10, -9, 19, -18, 16

$2\Gamma + 2B - 2P = \cancel{2\Gamma} - B$

$3B = 2P$

$\frac{xn+ym}{2} =$

$7220 = 2$

$361 = n^2+nm+m^2$

$361 = n^2+nm+m^2$

$361 = 4+2m+m^2$

$361 = 25+5m+m^2$

$357 = m(2+m)$

$361 - 25 = 3$

$= n(n+1)$

Подписывать лист-вкладыш и использовать поля для записи запрещается