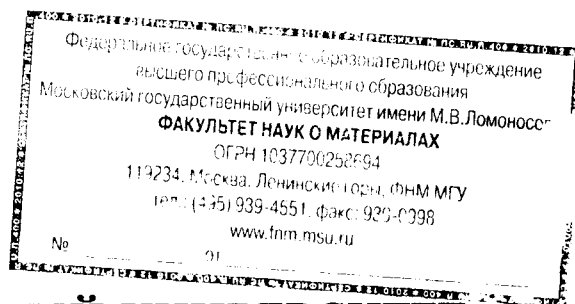
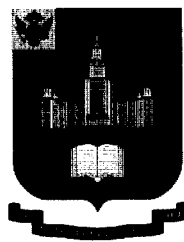


+1 доп. лист.



## МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Регистрационный номер участника \_\_\_\_\_

69-16-60-02  
(159.1)

Вариант олимпиадного задания \_\_\_\_\_

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Нанотехнологии – прорыв в Будущее“

по предмету (комплексу предметов) математика

Крюковой Екатерины Андреевны

фамилия, имя, отчество (в родительном падеже)

Дата

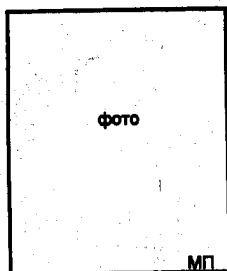
« 19 » марта 2015 года

Подпись участника

Крюкова

**ЛИСТ УЧАСТНИКА  
олимпиады школьников**

**2014/15 учебный год  
НАНОТЕХНОЛОГИИ  
ПРОРЫВ В БУДУЩЕЕ**



**КРЮКОВА  
ЕКАТЕРИНА  
АНДРЕЕВНА**

**11 класс  
06.10.1998 г.  
дата рождения**

**Время и место проведения  
заключительного этапа олимпиады:**

**19-20 марта 2015 года**

**Главное здание**

**Ленинские горы, д. 1**

запуск участников в корпус прекращается за 30 минут до начала олимпиады



0 291310 100423

\_\_\_\_\_  
подпись сотрудника оргкомитета

УРТМ МГУ НИВЦ МГУ АИС "ОЛИМПИАДА" 18.03.2015 19:59:58



0 691660 020004

**69-16-60-02**

(159.1)

Аммигину удовлетворить,  
оценку изменить с 69 на  
73 (интересен ли)  
Мно

Председатель жюри  
IX Всероссийской олимпиады  
школьников

"Нанотехнологии — прорыв в  
будущее!"

Доценту Кротову А.В.

От участника очного тура  
олимпиады

Кротовой Екатерины Андреевны

### Заявление об апелляции

Прошу пересмотреть оценку, полученную мной на  
очном туре по математике в связи с  
тем, что работа в оценке не полностью

22.03.15

Кротова

1) Тригональная бипирамида.

Числовик



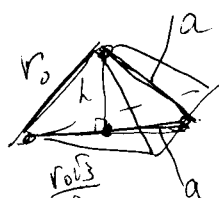
3 взаимодействия на расстоянии  $r_0$

$$U_0 = -0,407B.$$

(стр 4 и 8/16)

1 взаимодействие

на расстоянии  $r_2$ :

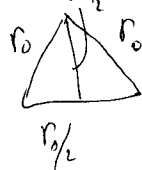


$$r_2 = 2 \cdot h \quad h - \text{высота в пирамиде}$$

(см. рис.)

$a$  - высота

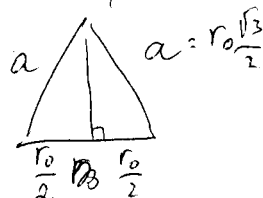
в равностор.  $\Delta$



$$a = \frac{r_0 \sqrt{3}}{2}$$

Тогда

$$h \cdot a = r_0 \cdot \sqrt{\frac{3}{4} r_0^2 - \frac{1}{4} r_0^2}$$



$$h \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} r_0 = r_0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} r_0$$

$$h = r_0 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$r_2 = 2 r_0 \sqrt{\frac{2}{3}} = 2 \cdot r_0 \cdot \frac{1,4}{1,7} = \frac{2,8}{1,7} r_0 \approx 1,5 r_0 + 16$$

$$r_2 = 1,5 r_0 = 1,5 \cdot 0,3 \text{ нм} = 0,45 \text{ нм}.$$

$$(1,5)^5 = 1^5 + 5 \cdot 1^4 \cdot 0,5 + 10 \cdot 1^3 \cdot 0,25 + 10 \cdot 1^2 \cdot 0,125 + 5 \cdot 1 \cdot 0,0625 + 0,03125$$

$$1,5^2 \cdot 1,5^2 \cdot 1,5 = 2,25 \cdot 2,25 \cdot 1,5 \approx 4,29$$

$$(1,5)^8 = (1,5^4)^2 \approx (2,86)^2 \approx 8,18$$

$$U_2 = - \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{4,29 \cdot r_0^5} + \frac{4,4 \cdot 10^{-5}}{8,18 \cdot r_0^8} \approx - \frac{2,6}{4,29 \cdot 2,43} + \frac{4,4}{8,18 \cdot 6,561}$$

$$= - \frac{1,07}{4,29} + \frac{0,67}{8,18} (\text{в Б}) =$$

$$\approx -0,25 + 0,08 (\text{в Б}) \approx -0,17 \text{ в Б}$$

$$\begin{array}{r} 1070 \overline{) 529} \\ -1058 \quad 202 \\ \hline 1200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1070 \overline{) 529} \\ -1058 \quad 202 \\ \hline 1200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 286 \overline{) 2288} \\ -2288 \\ \hline 572 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 286 \overline{) 2288} \\ -2288 \\ \hline 572 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -260 \overline{) 243} \\ \underline{243} \phantom{00} 1,0 \overline{) 69} \\ 1400 \\ \underline{1458} \phantom{0} \\ -2420 \\ \underline{2187} \\ 233 \end{array}$$

$$\frac{2,6}{2,43} \approx 1,07$$

$$\begin{array}{r} \overline{44000} \overline{) 6561} \\ \underline{39366} \phantom{00} 0,670 \\ 46340 \\ \underline{45927} \\ 0,4130 \end{array}$$

стр. 3 из 16

$$\frac{4,4}{6561} \approx 0,67$$

Чистовик

$$U_0 = -1,07 \text{ эВ} + 0,67 \text{ эВ} = -0,40 \text{ эВ}$$

$$\begin{array}{r} 1,07 \\ -0,67 \\ \hline 0,40 \end{array}$$

±0,5

$$(0,48)^5 = (0,5 - 0,02)^5 = 0,5^5 - 5 \cdot 0,5^4 \cdot 0,02 + \dots \approx 0,03125 - 0,00625 = 0,025$$

$$= 0,5^4 \cdot (0,5 - 0,2) = 0,5^4 \cdot 0,3 =$$

$$= 0,25^2 \cdot 0,3 = 0,02500$$

$$\begin{array}{r} \times 0,25 \\ 0,25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 0,0625 \\ \times 0,4 \\ \hline 0,02500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,25 \\ 0,25 \\ \hline 125 \\ 50 \\ \hline 0,0625 \\ \times 0,4 \\ \hline 0,02500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,3125 \\ 0,3125 \\ \hline 15625 \\ 6250 \\ \hline 0,09765625 \end{array}$$

$$(0,48)^5 \approx 2,5 \cdot 10^{-2}$$

$$\begin{aligned} (0,48)^3 &= (0,5)^3 - 3 \cdot (0,5)^2 \cdot 0,02 + 3 \cdot 0,5 \cdot 0,02^2 - (0,02)^3 = 0,125 - \\ &- 0,06 \cdot 0,25 + 3 \cdot 0,01 \cdot 0,02 - 0,000008 \approx 0,125 - 0,0150 + 0,00006 \approx \\ &\approx 0,110 \end{aligned}$$

$$(0,48)^8 = 1,1 \cdot 10^{-1} \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} = 2,75 \cdot 10^{-3}$$

$$U_g = -\frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{2,5 \cdot 10^{-2}} + \frac{4,4 \cdot 10^{-5}}{2,75 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= -1,05 \cdot 10^{-1} + 1,6 \cdot 10^{-2} =$$

$$= -0,105 + 0,016 (\text{эВ}) = -0,089 \text{ эВ}$$

$$U = 5(U_0 + U_g) = -5 \cdot 0,489 \text{ эВ} = -5(0,5 - 0,011) \text{ эВ} = -2,5 + 0,055 (\text{эВ}) =$$

$$= -2,445 \text{ эВ} \approx -2,43 \text{ эВ}$$

$$U = -2,43 \text{ эВ}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,05 \\ 2,5 \\ \hline 525 \\ + 210 \\ \hline 26,75 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overline{4400} \overline{) 275} \\ \underline{275} \phantom{00} 1,6 \\ 1650 \\ \underline{1650} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,105 \\ + 0,016 \\ \hline 0,089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2,500 \\ + 0,055 \\ \hline -2,445 \end{array}$$

$$2,75 = 2 \frac{3}{4}$$

$$\frac{11}{4} \cdot 6 = \frac{11}{2} \cdot 3 = \frac{33}{2} = 16,5$$

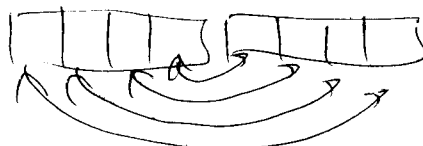
⑤ ДНК полиморфизм.

стр. 16 из 16

1. ДНК - полиморфизм:

из-за вариабельности, зная первое  
 ⑧ 4 нуклеотида, точно определено +  
 последние 4  $\Rightarrow$  таких цепочек

$4^4 = 16 \cdot 16 = 256$  штук (т.к. на  
 каждое место в цепочке из 4  
 можно поставить любой нуклеотид  
 из 4)



если 8 нуклеотидов в случайной цепи,  
 то на каждое из 8 мест можно  
 поставить 4 нуклеотида

4  $\cdot$  8  $\cdot$  4 цепочек.  
 4 вероятность

$$\frac{4^4}{8^4} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4}{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

В среднем приходится 1 на 16 цепочек  
 по 8-м нуклеотидов, т.е. на 128 нуклеотидов

1.5  $\times$  0.5

8. Искосадрен. фуллерен.

ср. 15 и 16

1. a)  $N = 7220$ .

$$7220 = 20(n^2 + nm + m^2)$$

1)  $n = m \Rightarrow \frac{7220}{20} = 361 = 3n^2$ , но  $361 \div 3 \Rightarrow$   
не существует. Но  $N = 20 \cdot 3n^2 \Rightarrow N \div 60$

~~элементов~~ ~~или~~ ~~7220~~ ~~или~~ ~~7280~~ ~~или~~ ~~7340~~

$$7220 \neq 361 \cdot 20$$

$$7220 \bmod 60 \equiv 20 \bmod 60$$

~~элементов~~ ~~состав~~

7220

2)  ~~$n = 0$  (или  $m = 0$ ):~~ вариант: 7100, 7260, 7140.  
 ~~$7220 = 20n^2$~~   $n, m$

$$n^2 \cdot 60 = N \quad N \approx 7200 \text{ (порядка)}$$

~~$n = 5$~~   ~~$25 \cdot 60 = 1500$~~   $\Rightarrow n^2$  порядка 120.

~~$n = 4$~~   ~~$16 \cdot 60 = 960$~~   $\Rightarrow n^2 = 121$

$n = 11$   $n^2 = 121$  ;  $N = 7260$  + 15

2)  $n = 0$ .

$$7220 = 20 \cdot n^2 ; \quad n^2 = \cancel{361} 361, \text{ но } 361 \text{ — не}$$

~~квадрат~~ ~~не может~~

квадрат  
не может

$n = 19$   $19^2 = \cancel{361} 361$

да, может. 15

Σ 35

$$400 - 2 \cdot 19 + 1$$

$$19 =$$

$$\begin{array}{r} 1100 \\ - 38 \\ \hline 362 \end{array}$$

7. Многогранники

стр. 14 из 16

$z$  и  $x$   $n$ -угольников и  $y$   $m$ -угольников.  
по 3 ребра.

1.  $B = \frac{x \cdot n + y \cdot m + 6}{3}$  (сложнее число вершин у всех граней, но так мы учли каждую 3 раза  $\Rightarrow$  поделим на 3).

2. 60 вершин.

в каждой вершине по 3 ребра

$P = \frac{60 \cdot 3}{2}$ , т.к. каждое ребро там посчитали дважды.

$P = 90 + 18$

3.  $\Gamma + B - P = 2$

$\Gamma = 2 + P - B = 2 + 90 - 60 = \underline{\underline{32}} + 28$

4. Разделение  $n$ -угольников

$B = 60$ . Все прилегают

разделением  $n$ -угольников

$\Rightarrow B \div x$

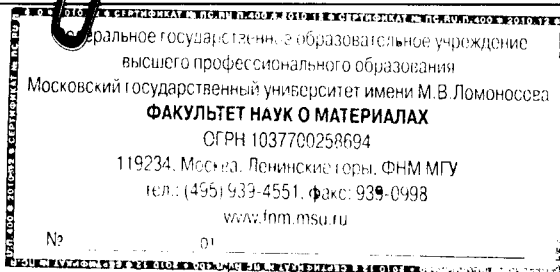
$x \in \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 12; 20; 30; 60\}$  + 150

но не все удовл. условию

Σ 6,5



69-16-60-02  
(159.1)



Ср. 13 ю/6

$$\frac{1}{2} = 125 = 5^3$$

5 атмов то ребе.

Т.е. можно выделить 2 слов. 1

Ответ: 1. а)  $n' = n - 4$  б)  $n' = n - 3$  в)  $n' = n - 2$   
г)  $n' = n - 1$

2. а)  $n_{min} = 6$   $T(6) = 56$

б)  $n_{min} = 5$   $P(5) = 55$

в)  $n_{min} = 4$   $N(4) = 64$

г)  $n_{min} = 3$   $I(3) = 55$

3. а)  $T_{вн} = 2n^2 - 4n + 4$

б)  $P_{вн} = 3n^2 - 6n + 5$

в)  $I_{вн} = 2(3n^2 - 6n + 4)$

г)  $I_{вн} = 10n^2 - 20n + 12$

4. а)  $\alpha = \frac{13}{14}$  б)  $\alpha = \frac{10}{11}$  в)  $\alpha = \frac{7}{8}$  г)  $\alpha = \frac{12}{55}$

5. 1. Число

2. Слово.

3. Кат. - длина ребра, то каждый раз  
ум-ем на 2  $\Rightarrow N_{соев} = Кат // 2$

(целочисленно поделим на 2, т.е.

$5 // 2 = 2$ , (до ближайшего четного  
делим на 2))

1,5 5

10,5

$$T_{\text{вн}} = \frac{30n^2 - 30n + 10 - 30n + 15 + 11}{3} = 10n^2 - 20n + 12 \quad 0$$

ср. 12 и 16

4. а) тетраэдр атомов

$n_{\text{мин}}$  : всего 56 ( $n_{\text{мин}} = 6$ )  
внешних ~~213~~ ~~12+4=16~~

$$2 \cdot 6^2 - 4 \cdot 6 + 4 = 72 - 24 + 4 = 72 - 20 = 52$$

$$\alpha = \frac{52}{56} = \frac{26}{28} = \left( \frac{13}{14} \right) 0,75$$

б) триг. бун.

$n_{\text{мин}} = 5$  : всего ат. 55  
внешних

$$3 \cdot 25 - 30 + 5 = 75 - 30 + 5 = 50$$

$$\alpha = \frac{50}{55} = \left( \frac{10}{11} \right) 0,75$$

в) куб.

$n_{\text{мин}} = 4$

всего ат. 64

внешних

$$2(3 \cdot 16 - 24 + 4) = 2(48 - 20) = 2 \cdot 28 = 56$$

$$\alpha = \frac{56}{64} = \left( \frac{7}{8} \right) 0,75$$

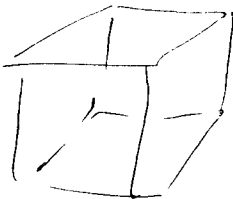
г) октаэдр. внешних

$n_{\text{мин}} = 3$  всего ат. 55

$$10 \cdot 3 - 60 + 12 = 42$$

$$\alpha = \frac{42}{55} \quad 0$$

5.



$$V_1 = 512 = 2^9 = 8^3$$

при сжатии в 2 раза на 2 уменьшается  $n$ .

$$8 \xrightarrow{1} 6 \xrightarrow{2} 4 \xrightarrow{3} 2 \xrightarrow{4} 0$$

$$V_2 = 125 = 5^3$$

ребро 5:

$$5 \xrightarrow{1} 3 \xrightarrow{2} 1$$

Можно выделить 4 × 4 × 4  
всего

0,75

$$T_{\text{ок}} = \frac{12n^2 - 24n + 24}{6} = 2n^2 - 4n + 4 \quad 1$$

~~на 8-8-8-8~~

стр. 11 из 16

б) при. Бипир.

$$P_{\text{ок}} = P(n) - P(n') = \frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} - \frac{2(n-3)^3 + 3(n-3)^2 + n-3}{6}$$

$$= \frac{2n^3 + 3n^2 + n - (2n^3 - 2 \cdot 3 \cdot 3n^2 + 2 \cdot 3 \cdot 9n - 2 \cdot 3^3 + 3n^2 - 2 \cdot 3^2 + 3n - 3)}{6}$$

$$= \frac{n^2(3 + 18 - 3) + n(1 - 54 - 1) + 54 + 27 + 3}{6}$$

$$= \frac{-36 + 18n^2 - 54n + 30}{6}$$

$$= 3n^2 - 9n + 8$$

$$(= 3n^2 - 6n + 5) \quad 1$$

в) куб.

$$K_{\text{ок}} = K(n) - K(n') = n^3 - (n-2)^3$$

$$= (n - n + 2)(n^2 + n^2 - 2n + n^2 - 4n + 4)$$

$$= (2(3n^2 - 6n + 4)) \quad 1$$

г) Икосаэдр.

$$I_{\text{ок}} = I(n) - I(n') =$$


$$= \frac{10n^3 - 15n^2 + 11n - 3 - 10(n-1)^3 + 15(n-1)^2 - 11(n-1) + 3}{3}$$

$$= \frac{10 \cdot 1(n^2) + (n^2)(-n) + (n^2)(-2n) + 1 - 15(2n-1) + 11}{3}$$

б) Тримолекулярная димеризация.

стр. 10 из 16


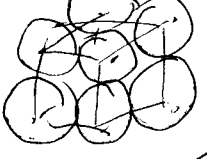
$n=1$  ① - не имеет форму димеризации

$n=2$   - имеет форму димеризации

$$P(5) = \frac{2 \cdot 2^3 + 3 \cdot 9 + 3}{6} = \frac{54 + 30}{6} = \frac{84}{6} = 14$$

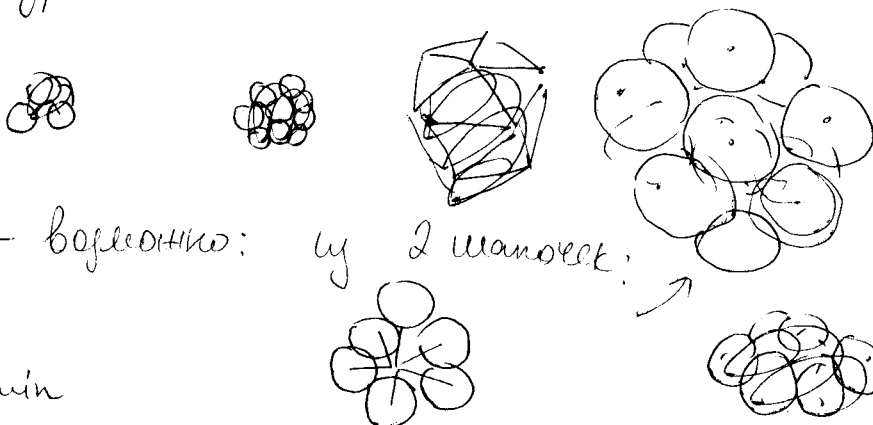
$$N_3 = \frac{2 \cdot 125 + 3 \cdot 25 + 5}{6} = \frac{250 + 80}{6} = \frac{330}{6} = \frac{110}{2} = 55$$

б) куб.  $n=1$  не имеет форму куба

$n=2$    имеет форму куба.

$$N_3 = 4^3 = 64$$

в) тетраэдр.  $n=1$  - не имеет.



$n=2$  - вершины: у 2 шаров:

$n=3 = N_{min}$

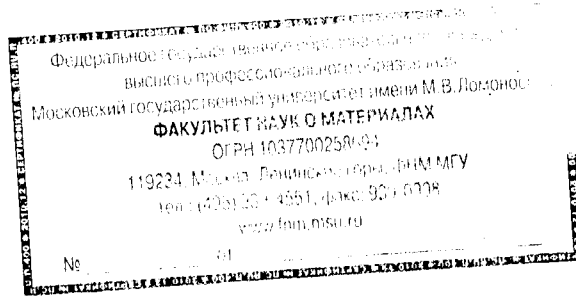
$$I(3) = \frac{10 \cdot 27 - 15 \cdot 9 + 11 \cdot 3 - 3}{3} = \frac{270 - 90 - 45 + 30}{3} = \frac{165}{3} = 55$$

3. а) тетраэдр.

$$T_{64} = T(n) - T(n') = \frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6} - \frac{(n-4)^3 + 3(n-4)^2 + 2(n-4)}{6}$$

$$= \frac{n^3 + 3n^2 + 2n - (n^3 - 12n^2 + 48n - 64 + 3n^2 - 24n + 48 + 2n - 8)}{6}$$

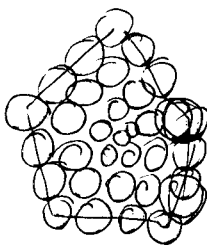
69-16-60-02  
(159.1)



0000  
0000  
0000  
0000

Стр. 9 из 16  
→ 33

⇒ Стакею  $n-2$  атома и  $n' = n-2 \pm 1$   
 2) Икосаэдр: в верхней части расположено стопками правильных 5-угольников:  
 длина ребра в атомах есть длина ребра самого большого 5-угольника.  
 Он расположен между соседними атомами, так что после убирания внешнего слоя останется только 10 не крайние атомы и он по-прежнему будет состоять из большого по размеру 5-угольника (т.е. с остальными вершинами то же самое). Учитывая особенности расположения атомов, Авогадро  
 ребра  $n' = n-1 \pm 1$



Ответ: а)  $n' = n-4$   
~~б)  $n' = n-4$~~  в)  $n' = n-3$   
 б)  $n' = n-2$   
 2)  $n' = n-1$

2)  $n_{min}$  а) тетраэдр. где  $n=2$  и 6  
 тетраэдр: ; а где  $n=1$  уже нет: 
 ⇒  $n_{min} = 6$ ;  $T(6) = \frac{27 + 3 \cdot 9 + 2 \cdot 3}{6} = \frac{54 + 6}{6} = 10$   
 $= \frac{216 + 3 \cdot 36 + 2 \cdot 6}{6} = \frac{216 + 108 + 12}{6} = \frac{336}{6} = 56$

6) Накладка как луковица.

стр. 8 из 16

1.  $n! - ?$

а) тетраэдр.

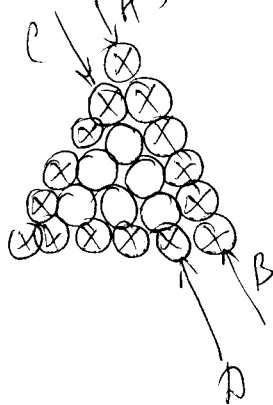


Рассмотрим грань, предположим

Рассмотрим слой атомов (толщиной 1 атом) над

нижней гранью. В этом слое уберут только граничные атомы (вдолька треугольника), а оставшиеся образуют новую грань тетраэдра.

$\Rightarrow$  если в ребре  $n-1$  атомов, то в след. слое атомов (СД на рисунке)  $n-2$  атомов, а останется после удаления крайних  $n-4$  атома



$\Rightarrow$  ребро тетраэдра будет содержать  $n-4$  атома.

б) Треугольная бипирамида.

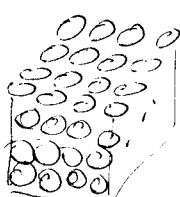
Рассмотрим 1 грань бипирамиды, слой, следующий за

Имеем треугольник:



Рассуждения аналогичны случаю тетраэдра, только не уберут атомы, находящиеся на ребре  $n-3$  атом.

в) куб.



Рассмотрим слой над верх. гранью

толщ. в 1 атом. Он станет новой верх. гранью

из него уберут только атомы по краю. На его стороне  $n$  атомов  $\Rightarrow$

стр. 7 из 10

$$m^3 - 3m^2 - 8m - 10 = 0$$

~~при  $m \in \mathbb{Z}$~~ ,  $m \in \mathbb{Z}$

$$\begin{array}{r} m=6 \quad 6^3 - 3 \cdot 6^2 - 8 \cdot 6 - 10 = 0 \\ 6^3 - 3 \cdot 6^2 = 216 - 108 = 108 \\ 108 - 48 = 60 \\ 60 - 10 = 50 \neq 0 \end{array}$$

$$m=6$$

$$6^3 - 3 \cdot 6^2 - 8 \cdot 6 - 6 = 3 \cdot 6^2 - 9 \cdot 6 = 6(18 - 9) = 9 \cdot 6$$

$$m=12$$

$$12^3 - 3 \cdot 12^2 - 8 \cdot 12 - 6 = 9 \cdot 12^2 - 8 \cdot 12 - 6 =$$

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow 10 : m$$

$$m=5: 5^3 - 3 \cdot 5^2 - 8 \cdot 5 - 2 \cdot 5 = 0.$$

$$2 \cdot 5^2 - 10 \cdot 5 = 0.$$

$m=5$  подходит.

$$\begin{array}{r|l} m^3 - 3m^2 - 8m - 10 & m-5 \\ - m^3 + 5m^2 & \\ \hline 2m^2 - 8m - 10 & m^2 + 2m - 2 \\ - 2m^2 + 10m & \\ \hline 2m - 10 & \end{array}$$

$$m^2 + 2m - 2 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 2 = 12$$

$$m_{1,2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$m_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3} \notin \mathbb{Z} \Rightarrow$$

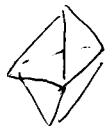
посторонний  
корень.

В исходном уравнении всего 5 корней.

5, 7, 5

Энергия увеличивается в ряду:

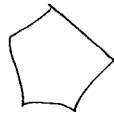
стр. 6 из 16



-3,77 В



-3,06 В



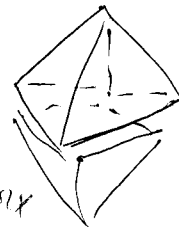
-2,43 В

+0,5

(2) Задача о тетраэдре.

~~Она же та же~~

1. Тетраэдр. кластер можно представить как 2 сложенных вместе квадратных пирамиды.



$$R(n) + R(n-1) = O(n)$$

$$\frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6} + \frac{2(n-1)^3 + 3(n-1)^2 + n-1}{6} = O(n)$$

$$O(n) = \frac{2n^3 + 2n^3 - 6n^2 + 6n - 2 + 3n^2 + 3n^2 - 6n + 3 + n + n - 1}{6}$$

$$= \frac{4n^3 + 2n}{6} = \frac{2n(2n^2 + 1)}{3}$$

2. Пусть в исходном  $m+2$  атома в ряду, а в тетраэдре  $m$  атомов в ребро.

$$1 + T(m+2) = O(m) + 1$$

$$1 + \frac{(m+2)^3 + 3(m+2)^2 + 2(m+2)}{6} = \frac{2m^3 + m}{3}$$

$$6 \cdot 24 = -18$$

$$(m+2)^3 + 3(m+2)^2 + 2(m+2) = 4m^3 + 2m + 6$$

$$m^3 + 6m^2 + 12m + 8 + 3m^2 + 12m + 12 + 2m + 4 = 4m^3 + 2m + 6$$

$$3m^3 - 9m^2 - 24m - 30 = 0$$

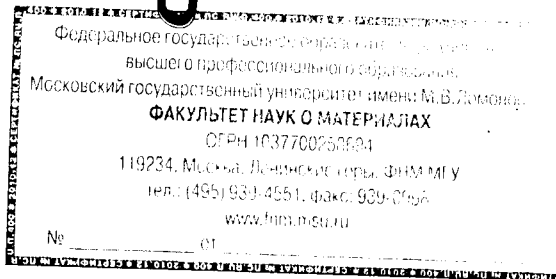
$$m^3 - 3m^2 - 8m - 10 = 0$$

~~м=0~~

~~м=0~~



69-16-60-02  
(159.1)



$$U = 9U_0 + U_2 \quad (\text{ср. } 5 \text{ y } 16)$$

$$U = -3,60 \text{ В} + (-0,17 \text{ В}) =$$

$$= -3,77 \text{ В} + 0,75 \text{ В} =$$

3)



8 вращ. на раст.  $r_0$

+ 2 вращ. на раст.  $r_0 \sqrt{2}$

$$r_0 \sqrt{2} = 1,4 r_0$$

$$(1,4)^5 = 1^5 + 5 \cdot 1 \cdot 0,4 + 10 \cdot 1 \cdot 0,16 + 10 \cdot 1 \cdot 0,064 + 5 \cdot 1 \cdot 0,0256 + \dots \approx 1 + 2 + 1,6 + 0,64 + 0,128 \approx 4,6 + 0,768 = 5,368 \approx 5,39$$

$$(1,4)^8 = 1^8 + 8 \cdot 1 \cdot 0,4 + 28 \cdot 1 \cdot 0,16 + \dots$$

$$(1,4)^3 = 1 + 3 \cdot 1 \cdot 0,4 + 3 \cdot 1 \cdot 0,16 + 0,064 = 2,2 + 0,48 + 0,064 = 2,744$$

$$(1,4)^8 = 5,39 \cdot 2,74 \approx 5,4 \cdot 2,7 = 14,58 \approx 14,6$$

Энергия  $U_3$  вращений на раст.  $r_0 \sqrt{2}$ :

$$\begin{array}{r} 14,6 \\ \times 5,39 \\ \hline 108 \\ 378 \\ 54 \\ \hline 1458 \end{array}$$

$$U_3 = -\frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{r_0^5 \cdot 5,39} + \frac{4,4 \cdot 10^{-5}}{r_0^8 \cdot 14,6} (\text{В}) = -\frac{2,6}{2,43 \cdot 5,39} +$$

$$+ \frac{4,4}{6,561 \cdot 14,6} (\text{В}) = -\frac{1,07}{5,39} + \frac{0,67}{14,6} = -0,19 + 0,046 = -0,144 \text{ В}$$

$$U = 8U_0 + U_3 = 8 \cdot 0,40 \text{ В} + (-0,144 \text{ В}) \approx -3,06 \text{ В}$$

$$\begin{array}{r} 3,200 \\ - 0,144 \\ \hline 3,056 \end{array}$$

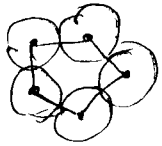
$$\begin{array}{r} 0,190 \\ - 0,046 \\ \hline 0,144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6,70 \\ \times 146 \\ \hline 5840,045 \\ - 860 \\ \hline 730 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1070 \\ \times 539 \\ \hline 5390 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5310 \\ - 5310 \\ \hline 0 \end{array}$$

1)



Атомы кластера образуют правильный  
пятиугольник со стороной  $r_0$ .  
Энергия взаимодействия атомов на расстоянии  
расстоянии  $r_0$ :

$$U_0 = - \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{r_0^5} + \frac{4,4 \cdot 10^{-5}}{r_0^8} \text{ (эВ)}$$

( $r$ , нм)

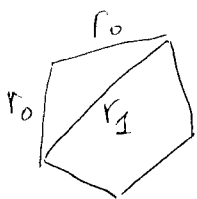
стр. 2 из 16

В кластере всего 10 взаимодействий:  
5, ~~когда~~ ~~когда~~ атома на расстоянии  $r_0$ ,  
и 5, когда атома находится на диаго-  
нали правильного 5-угольника:  
(например, атомы 1 и 2 на рисунке)



Пусть энергия кандалов  $U_1$  взаимодействия  
по диагонали  $U_1$ . Тогда энергия кластера

$$U = 5U_0 + 5U_1$$



Известно, что в правильном 5-  
угольнике со стороной  $r_0$   
диагональ  $r_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} r_0$ .

Тогда

$$r_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \cdot 0,3 \text{ нм} \approx \frac{1+2,2}{2} \cdot 0,3 \text{ нм} =$$

$$\approx \frac{3,2}{2} \cdot 0,3 \text{ нм} \approx 1,6 \cdot 0,3 \text{ нм} \approx 0,48 \text{ нм}.$$

$$r_1 \approx 0,48 \text{ нм}$$

$$U_0 = - \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{r_0^5} + \frac{4,4 \cdot 10^{-5}}{r_0^8} \text{ (эВ; } r, \text{ нм)}$$

$$r_0^5 = 0,3^5 \cdot 10^{-5} \cdot 243 \cdot \text{нм} = 2,43 \cdot 10^{-3} \text{ нм}$$

$$r_0^8 = 6561 \cdot 10^{-8} \text{ нм} = 6,561 \cdot 10^{-5} \text{ нм}$$

$$U_0 = - \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{2,43 \cdot 10^{-3}} + \frac{4,4 \cdot 10^{-5}}{6,561 \cdot 10^{-5}} \text{ (эВ)} =$$

$$= - \frac{2,6}{2,43} + \frac{4,4}{6,561} \text{ (эВ)}$$

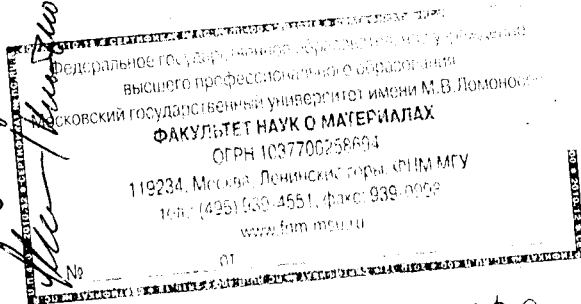
$$\begin{array}{r} \times 243 \\ 1 \quad 7 \quad 0 \quad 2 \\ 4 \quad 8 \quad 6 \\ \hline 6 \quad 5 \quad 6 \quad 1 \end{array}$$

69-16-60-02

(159.1)

Числовик. На всех  
стр. 14/16

Стр. 1 из



Потенциал и кластера.

$$U(r, nM) = - \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{r^5} + \frac{4,4 \cdot 10^{-5}}{r^8} \quad (\text{эВ})$$

$$U \text{ min} \Rightarrow U'(r_0) = 0$$

$$U'(r_0) = - \frac{2,6 \cdot 10^{-3} \cdot (-5)}{r_0^6} + \frac{4,4 \cdot 10^{-5} \cdot (-8)}{r_0^9} \quad (\text{эВ/нм})$$

$$\frac{5 \cdot 2,6 \cdot 10^{-3}}{r_0^6} - \frac{4,4 \cdot 8 \cdot 10^{-5}}{r_0^9} = 0$$

$$5 \cdot 2,6 \cdot 10^{-3} r_0^3 = 4,4 \cdot 8 \cdot 10^{-5}$$

$$r_0^3 = \frac{4,4 \cdot 8}{5 \cdot 2,6} \cdot 10^{-2} \quad (\text{нм}^3)$$

$$r_0^3 = \frac{35,2}{13,0} \cdot 10^{-2} \approx 2,71 \cdot 10^{-2}$$

$$= 27,1 \cdot 10^{-3} \quad (\text{нм}^3)$$

$$r_0 \approx 3,0 \cdot 10^{-1} \quad (\text{нм})$$

(т.е.  $3,1^3 = 29,791 > 27,1$ ;  
 $3,0^3 = 27,0 < 27,1$ )

Ответ:  $r_0 = 0,3 \text{ нм}$ .

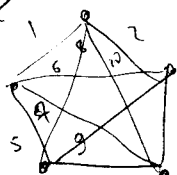
$$\begin{array}{r} \times 4,4 \\ 8 \\ \hline 35,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2,6 \\ 5 \\ \hline 13,0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35,2 \quad | \quad 13 \\ 26 \quad \overline{) 2,707... \approx 2,71} \\ \underline{92} \\ 91 \\ \underline{100} \\ 91 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$(3,1)^2 = 9 + 0,01 + 2 \cdot 3 \cdot 0,1 = 9,61$$

$$\begin{array}{r} \times 9,61 \\ 3,1 \\ \hline 961 \\ 2883 \\ \hline 29791 \end{array}$$



Парных взаимодействий в кластере столько же, сколько можно составить пар атомов.

Каждый атом может образовывать пару с 4 другими, но тогда не учтены взаимодействия дважды, т.е. взаимодействия всего  $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ .

Рассчитаем энергию кластера - пятичленника: