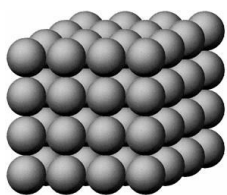
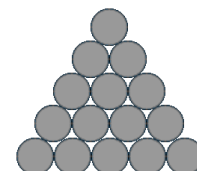


01. Ребус (6 баллов)



- Рассчитайте число атомов металла в кластере, если известно, что
- атомы в нем упакованы так, как показано на рисунке слева;
 - высота кластера составляет 5 атомов;
 - его ширина (**A**) и длина (**B**) в атомах – простые двузначные числа;
 - число **A** можно получить, поменяв местами цифры в числе **B**;
 - если к суммарному числу атомов в этом кластере (**B**) добавить еще один, то из них можно будет сложить правильный треугольник (см. рис.).



Является ли полученный ответ единственным?

Ответ.

1) Поскольку **A** можно получить, поменяв местами цифры в **B**, то можно провести замену: **A** = 10x+y, **B** = 10y+x, (x ≠ y)

2) Так как **A** и **B** – простые числа, то x и y не могут быть четными, а также быть равными 5, т.е., могут быть 1, 3, 7 или 9. Кроме того, сумма x+y не должна быть кратна трем (не подходит пара 3 и 9).

Проверим оставшиеся пары чисел пары цифр: 1 и 3, 1 и 7, 1 и 9, 3 и 7, 7 и 9 – на деление на 7:

1 и 3	1 и 7	1 и 9	3 и 7	7 и 9
$3*1+3 = 6$	$3*1+7 = 10$	$3*1+9 = 12$	$3*3+7 = 16$	$3*7+9 = 30$
$3*3+1 = 10$	$3*7+1 = 22$	$9*3+1 = 28 \div 7$	$3*7+3 = 24$	$9*3+7 = 34$

3) Последний пункт в условии означает, что величина **B**+1 относится к треугольным числам, то есть, **B**+1 = **A*****B***5+1 = 0,5**m**(**m**+1), где **m** – целое.

4) Подставим в полученное уравнение выражения для **A**, **B**
 $(10x+y)*(10y+x)*5+1 = 0,5*m(m+1)$ или $505xy+50(x^2+y^2)+1 = 0,5*m(m+1)$ или
 $1010xy+100(x^2+y^2)+2 = m^2+m$ или $m^2+m-1010xy-100(x^2+y^2)-2 = 0$

найдем положительный корень полученного уравнения

$$m = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4 \cdot (1010xy + 100(x^2 + y^2) + 2)}}{2}$$

Подставим все возможные значения **x**, **y**:

x	1	1	3	7
y	3	7	7	9
m	63	109,4	163,9	276,3

Только одна пара **x**, **y** позволяет нам получить целое значение **m**. Следовательно,

$(10*1+3)*(10*3+1)*5 = 13*31*5 = \underline{2015}$ – единственное решение, удовлетворяющее всем условиям.