

Интерференционный датчик (12 баллов)

Атомно-силовая микроскопия — простой и информативный метод исследования поверхности наноматериалов.

Микроскоп представляет из себя длинный гибкий зонд с заострением на конце (так называемый, кантилевер). Острие кантилевера находится в непосредственной близости от поверхности образца. Положение кантилевера определяется с помощью измерения отклонения лазерного луча, который отражается от верхней поверхности кантилевера.

В бесконтактном режиме (т. е. когда зонд не касается поверхности образца) кантилевер совершает колебания под действием специального пьезоэлемента. Если рядом с кантилевером находится образец, они взаимодействуют благодаря силам Ван-дер-Ваальса, поэтому частота и фаза колебаний кантилевера меняется. Система обратной связи перестраивает пьезоэлемент таким образом, что амплитуда колебаний кантилевера остаётся постоянной.



Рис. 1. Устройство атомно-силового микроскопа.

Стандартная система регистрации отклонения лазерного луча состоит из квадратной матрицы фотодиодов (см. рисунок). Конструктор Григорий решил сэкономить на матрице, т. к. она очень дорогая, и заменить её одним фотодиодом с размером приемной площадки 1 мкм. Для этого он предложил свою оптическую схему. Он разделил лазерный луч (длина волны $\lambda = 632$ нм) светоделительной пластинкой на два пучка равной интенсивности I_0 и один из пучков

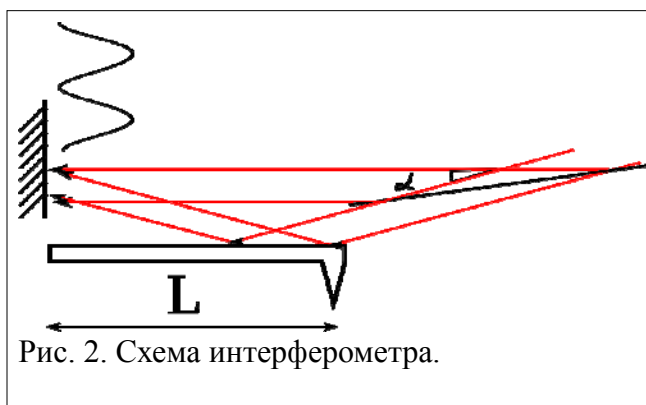


Рис. 2. Схема интерферометра.

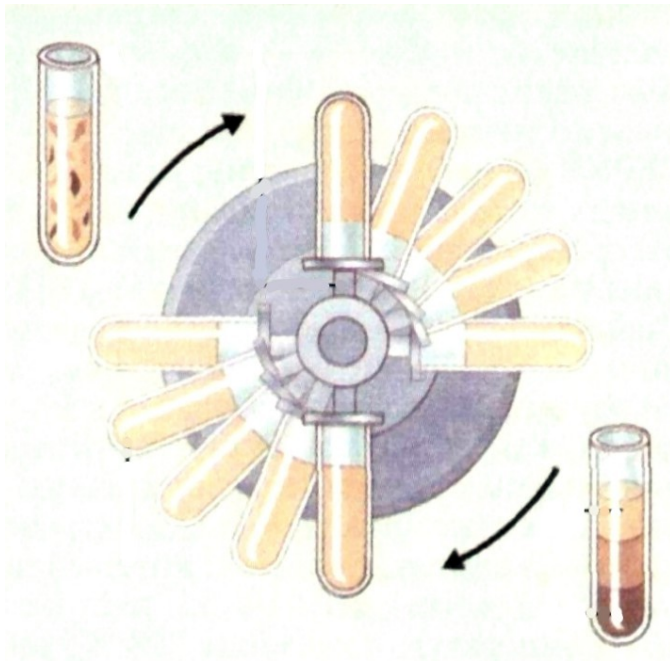
направил на верхнюю зеркальную поверхность кантилевера под углом $\alpha = 1^\circ$. Отклонение кантилевера от положения равновесия приводило к изменению интерференционной картины. Григорий разместил фотодиод в той точке экрана, где малые колебания кантилевера приводили к колебаниям фототока с максимальной амплитудой.

а) Как изменялась интерференционная картина при отклонении кантилевера (1 балл)?

б) Чему равна интенсивность света, падающего на фотодиод, если кантилевер не отклонён? Ответ обоснуйте (3 балла).

в) Оцените максимальную амплитуду колебания кантилевера, при которой фотодиод будет выдавать сигнал, близкий к гармоническому (8 баллов). Длину кантилевера считать равной $L = 1$ мкм.

Ультрацентрифуга (10 баллов)



Для выделения отдельных фракций в дисперсиях используют центрифугирование. Для исследования высокомолекулярных веществ, биологических систем и наночастиц используют ультрацентрифуги. Разделение фракций в них достигается созданием центробежного поля с ускорением на много порядков превышающее ускорение свободного падения.

Представим ситуацию, что в пробирке с водой находится одна наночастица золота, и она имеет форму шара.

1. Выведите формулу для расчета скорости естественного осаждения, исходя из законов динамики. (6 баллов).

2. Каково будет время t_0 осаждения на дно пробирки наночастицы $R = 10$ нм, и микрочастицы радиусом $R = 10$ мкм, если высота пробирки $H = 10$ см? (2 балла).
3. Во сколько раз изменятся времена осаждения для наночастицы и микрочастицы, если пробирку поместить в ультрацентрифугу? В ультрацентрифуге сообщается ускорение $a = 10^6 \cdot g$. (2 балла).

Мельница для наноматериалов (10 баллов)

Одним из распространённых методов получения наночастиц является помол макроскопических материалов в мельницах. Как правило, для измельчения пробы используются массивные твёрдые шары, помещённые в специальный стакан. Помол пробы происходит в местах соприкосновения шаров, которые деформируются при взаимодействии друг с другом, под действием прижимающей силы. Теория показывает, что скорость помола пропорциональна площади соприкосновения шаров. Некоторые мельницы позволяют достигать наноразмеров для целого ряда материалов, таких как Si , Al_2O_3 , SiO_2 , Fe_2O_3 и других.

Нанотехнолог Василий использовал шаровую мельницу для измельчения наночастиц оксида кремния. В качестве исходного образца он использовал водную суспензию микрочастиц, т. к. это позволило достичь более тонкого помола. После помола в течение $t_0 = 21$ часа шарами радиуса $R = 5$ мм, средний размер наночастиц достигал требуемых 100 нм. Василий счёл, что помол длится слишком долго и заменил шары на новые, изготовленные из того же материала, но радиуса $r = 100$ мкм.

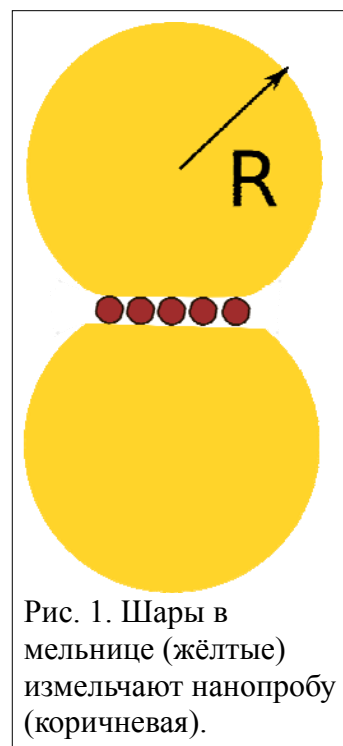


Рис. 1. Шары в мельнице (жёлтые) измельчают нанопробу (коричневая).

а) Какое время понадобится Василию для достижения тех же средних размеров пробы (**8 баллов**)?

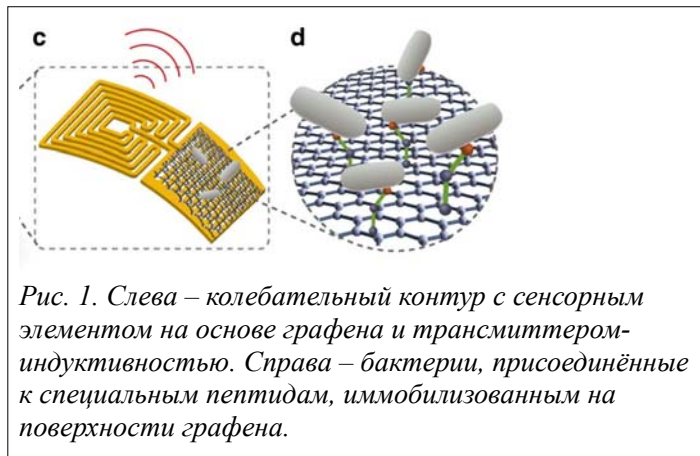
б) Почему Василий использовал помол жидкой пробы, а не сухой (**1 балл**)?

в) Из какого материала могли быть сделаны шары в мельнице: оксид циркония, медь, карбид вольфрама, оксид магния (**1 балл**)?

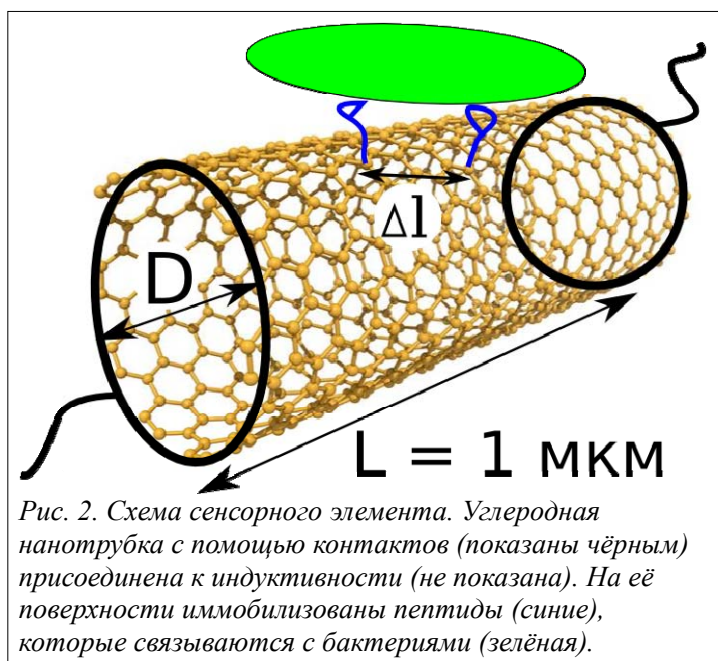
Поперечным растяжением шаров при деформации пренебречь.

Нанотрубчатый сенсор (12 баллов)

Американские учёные из Принстона разработали сенсор на бактерии на основе графена – монослоя графита. Они присоединили к поверхности специальные молекулы, к которым “прилипают” бактерии определённого вида, в результате проводимость структуры изменяется. На поверхность графена они нанесли металлические контакты так, что получился конденсатор, и соединили с индуктивностью (Рис. 1). Изменяя добротность контура, они смогли определить концентрацию бактерий в пробе.



Томские учёные в ответ использовали вместо графена одностенную углеродную нанотрубку. Длина трубки составила $L = 1$ мкм, диаметр $D = 200$ нм, концентрация носителей заряда $n_e = 10^{12}$ см⁻², а их подвижность $\mu = 30\,000$ см²/В*с. Напряжение между контактами учёные подобрали таким образом, чтобы для нанотрубки выполнялся закон Ома. Бактерия с сопротивлением 200 кОм, присоединялась к сразу к двум пептидам на расстоянии $\Delta l = 100$ нм (Рис. 2).



а) При каком взаимном расположении пептидов на поверхности нанотрубки, изменение её проводимости будет максимальным? Почему? (2 балла)

б) Какое минимальное количество бактерий должно присоединиться к поверхности, чтобы добротность контура изменилась на 1% (6 баллов)?

в) Научные исследования показали, что при малом диаметре нанотрубки, её проводимость не зависит от её размеров и присоединённой нагрузки, поэтому её нельзя использовать как сенсорный элемент. Как объясняется данное явление (2 балла)?

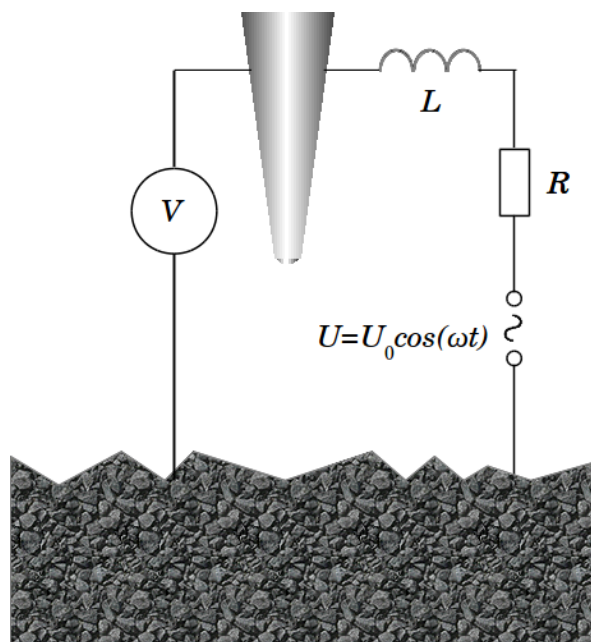
г) Найдите диапазон диаметров нанотрубки, в котором её проводимость постоянна (2 балла).

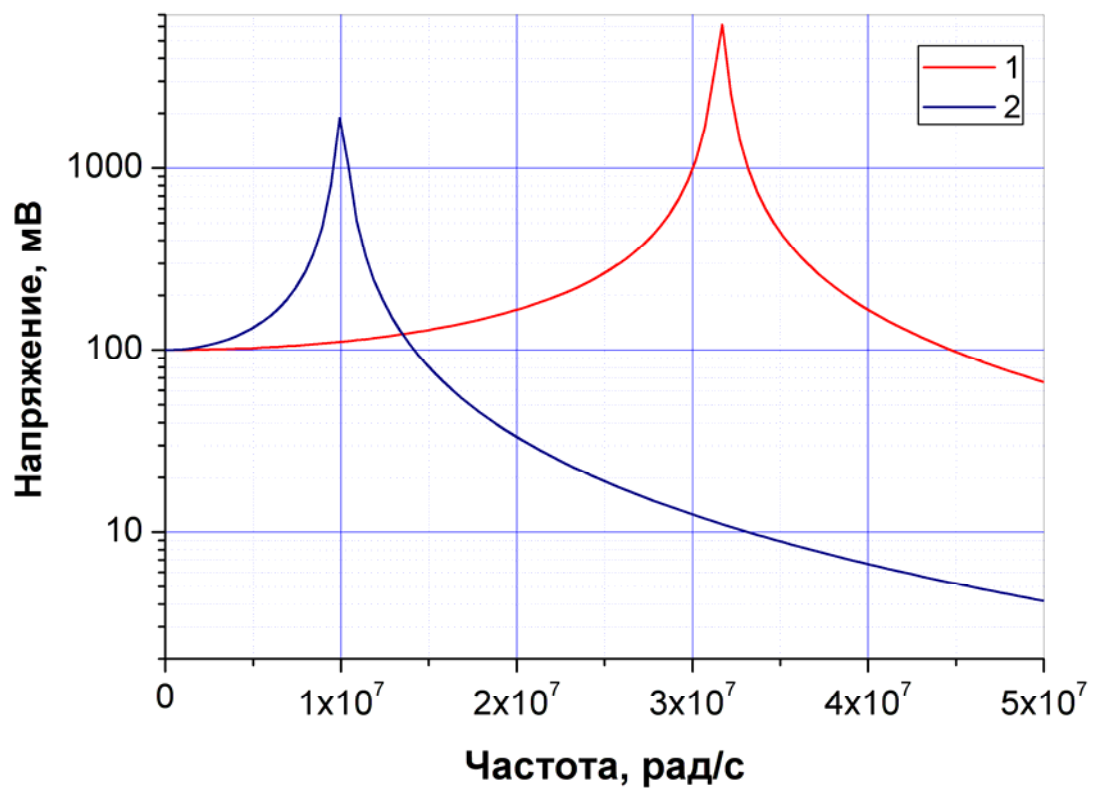
Зонд (10 баллов)

Молодые экспериментаторы решили предложить следующий метод определения профиля поверхности. К ней подводится проводящий тонкий зонд, имеющий заостренный конец. Между зондом и поверхностью последовательно включены емкость, сопротивление и источник переменного напряжения, как показано на рисунке 1. Катушку индуктивности экспериментаторы намотали сами, а сопротивление купили в магазине радиодеталей. Значение сопротивления $R = 10$ Ом.

Меняя расстояние между зондом и поверхностью, экспериментаторы измеряли зависимость напряжения на вольтметре от частоты переменного напряжения. При этом у них получились немонотонные зависимости. Две из них показанные на рисунке 2.

1. Найдите по графикам зависимости напряжения от частоты значение индуктивности катушки L . (5 баллов).
2. Какому графику соответствует меньшее расстояние от зонда до поверхности? Ответ поясните. (3 балла).
3. Учитывая, что зонд имеет радиус кривизны 10 нм, как будут меняться положение максимума частотных зависимостей и их амплитуда, если расстояние между зондом и поверхностью сократится от 10 мкм до 50 нм? (2 балла).





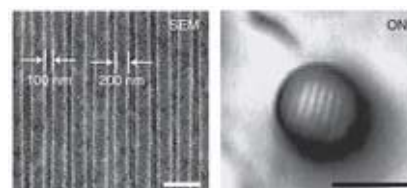
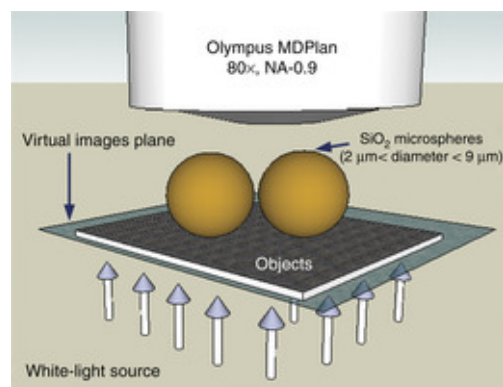
Восстание нанороботов (8 баллов)

В своей книге «Машины создания: Грядущая эра нанотехнологии» К.Э. Дрекслер – американский физик и теоретик молекулярной нанотехнологии – описывает гипотетическую ситуацию неограниченного размножения самовоспроизводящихся нанороботов и последующий за этим «конец света». Согласно этому сценарию нанороботы, которые запрограммированы на непрерывное создание собственной копии из окружающего биологического материала через каждые 1000 секунд, выходят из под контроля и поглощают всю доступную биомассу Земли. Оценить минимальное время (в часах) наступления «конца света» в случае реализации такого апокалиптического сценария (**3 балла**). На сколько километров от исходной точки смогут распространиться нанороботы за первые сутки от начала «восстания»? (**5 баллов**). Масса каждого наноробота равна $m_0 = 1 \cdot 10^{-25}$ кг. Биомассу Земли принять равномерно распределенной по поверхности и равной $M = 2 \cdot 10^{15}$ кг. В расчетах Землю считать шаром с радиусом $R = 6371$ км.

Наноскоп (10 баллов)

Необычный метод преодоления дифракционного предела был предложен недавно физиками из научного центра в Сингапуре в сотрудничестве с учеными из Великобритании. Предельная разрешающая способность обычного оптического микроскопа ограничена значением $\sim \lambda/2$ вследствие дифракции света. Для повышения разрешения в работе учеными было предложено использовать прозрачные стеклянные микросферы с размером несколько микрометров, помещая их непосредственно на исследуемый объект (см. рис.). В результате удалось достичь разрешения 50 нм при использовании источника белого света и стандартного оптического микроскопа.

Какой оптический прибор является ближайшим аналогом такого наноскопа? (1 балл). На каком физическом принципе основан предложенный метод? (6 баллов). Какими преимуществами обладает данная технология по сравнению с аналогичными? (3 балла)



технология по сравнению с

Туннельный ток (8 баллов)

Одним из методов изучения поверхности веществ с нанометровым разрешением является сканирующая туннельная микроскопия, в основе которой лежит явление «туннелирования» электронов проводимости через потенциальный барьер, величина которого приближенно равна средней работе выхода электронов из материалов зонда и исследуемого образца. Расчеты показывают, что для плотности туннельного тока справедлива следующая приближенная формула:

$$j = j_0 e^{-kx}, \text{ где } k = \frac{4\pi}{h} \sqrt{2mA}$$

здесь: j_0 – некая функция, зависящая от приложенного напряжения, x – расстояние между зондом и поверхностью, $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона, A – средняя работа выхода.

Начинающий экспериментатор Петр, изучая поверхность своего образца, заметил, что при непосредственном контакте зонда и поверхности (т.н. контактный режим работы) туннельный ток составлял 1 нА. Этот ток показался ему недостаточным, поэтому он заменил зонд на аналогичный, но с радиусом закругления в 5 раз большим. После этого Петр перевел микроскоп в бесконтактный режим и произвел исследование своего образца, причем среднее значение туннельного тока равнялось при этом 0,25 пА. На каком среднем расстоянии от поверхности находился зонд во время этого исследования, если известно, что средняя работа выхода электронов равна 5 эВ? (4 балла). На каком максимальном расстоянии от поверхности образца туннельный ток все еще можно было зафиксировать, если точность используемого амперметра составляет 0,01 пА? (4 балла) Прикладываемое напряжение считать во всех экспериментах одинаковым.

Модель нервного импульса (8 баллов)

Аксоны, по которым нейроны передают сигналы, представляют собой заполненные электролитом (аксоплазмой) микротрубки, в которых внутренняя проводящая среда отделена от межклеточного электролита мембраной. Возникающий при передаче сигнала электрический ток – движение ионов в аксоплазме по аксону – сталкивается с электрическим сопротивлением аксоплазмы и электростатическими эффектами, вызванными перераспределением зарядов на оболочке. При этом передача сигнала между последовательными элементами в такой цепи дискретна: т.е. каждый элемент (например, соседний нейрон) не включается до тех пор, пока на его «вход» не поступит достаточное напряжение с «выхода» предыдущего элемента. Упрощенно, электрическая схема такой последовательности может быть представлена следующим образом:

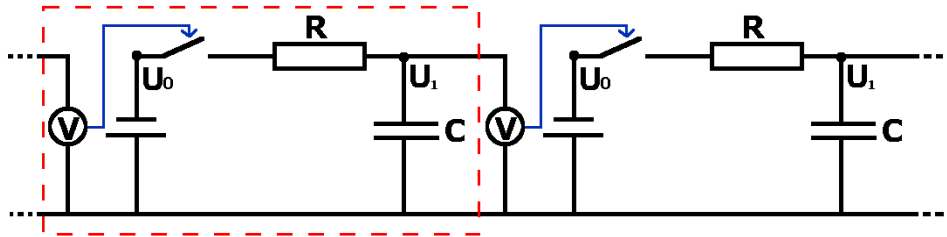
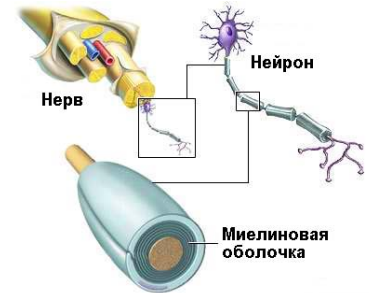


Рис.1 Электрическая схема модели передачи нервного импульса. Резистору условно соответствует электрическое сопротивление элемента R , а конденсатору – емкость его мембраны C . Следующий элемент включается тогда, когда напряжение на конденсаторе достигнет некоторого порогового значения (т.е. конденсатор зарядится).

1. Как будет меняться со временем напряжение U_1 на конденсаторе C при подаче на вход этого элемента напряжения U_0 ? Какую величину считают временем заряда конденсатора? (2,5 балла)

2. Если длина одного элемента равна l , какова будет скорость распространения сигнала по последовательности из таких элементов? (1 балл)

Отличительной особенностью некоторых аксонов позвоночных является наличие миелиновой оболочки – дополнительной электроизолирующей мембранной оболочки, многократно обернутой вокруг аксона подобно изоляционной ленте.



3. В рамках приведенной модели рассчитайте (4 балла) скорость распространения нервного импульса по покрытым и не покрытым миелиновой оболочкой аксонам, если:

- длина одного элемента $l = 1$ мм;
- радиус аксонов $r = 5$ мкм;
- толщина липидной мембраны $d_1 = 5$ нм;
- суммарная толщина липидной мембраны с миелиновым слоем $d_2 = 1$ мкм;
- диэлектрическая проницаемость липидов и миелина $\epsilon = 5 \cdot 10^{-11}$ Ф/м;
- удельное сопротивление аксоплазмы $\rho = 2$ Ом*м.

4. Исходя из полученного результата, поясните, с какой «электротехнической» целью природой были созданы миелиновые нанопокртия нервов. (0,5 балла)

Поверхность меди (12 баллов)

При переходе к наномасштабу физические свойства веществ во многом начинают определяться структурой и свойствами их поверхности.

Монокристаллическая медь имеет элементарную ячейку, представленную на рисунке 1 (центры атомов меди лежат в вершинах и центрах граней куба). В зависимости от способа «разрезания», из монокристалла меди можно получить разные поверхности, которые будут сильно различаться по своим физическим и химическим свойствам.

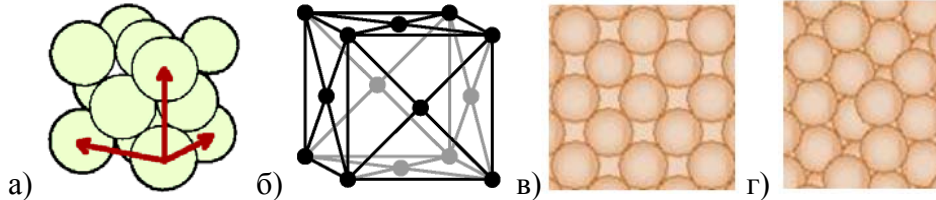


Рис. 1 а), б) Элементарная ячейка меди. в), г) примеры поверхностей, получающихся при разрезании монокристалла меди.

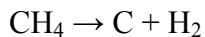
1. Сколько различных поверхностей можно получить, если «разрезать» монокристалл меди так, чтобы плоскость «разреза» проходила как минимум по трем точкам в вершинах элементарной ячейки? Ответ проиллюстрируйте рисунком. (При «разрезе» считать, что атомы, центры которых лежат на секущей плоскости, принадлежат обеим образующимся поверхностям) (2 балла)

2. Определите координационное число атома меди (количество атомов, с которыми соприкасается данный) в бесконечном монокристалле и в полученных при «разрезании» поверхностях. (2,5 балла)

3. Оцените, во сколько раз отличаются энергии, приходящиеся на единицу площади, для получившихся поверхностей. (3 балла)

4. По какой из рассматриваемых плоскостей будет проще всего расколоть монокристалл меди? Какая из поверхностей будет проявлять наилучшие сорбционные и каталитические свойства? (2 балла)

Поверхность меди используется для получения листов графена высокотемпературным пиролизом метана:



Для образования больших по размеру бездефектных листов графена необходимо, чтобы промежуточные продукты пиролиза, объединяющиеся в растущий лист, имели возможность легко передвигаться по медной поверхности к его краям.

5. На какой из полученных в п.1 медных поверхностей стоит ожидать образование идеальных графеновых листов? Какие еще дополнительные факторы могут способствовать росту графена на этой поверхности? Поясните. (2,5 балла)