

Задача миниатюрный радиопередатчик.

Индуктивность катушки может быть оценена по формуле для бесконечно длинного соленоида:

$$L = \frac{\Phi}{I} = \mu \mu_0 n^2 V = \mu \mu_0 \frac{N^2}{l^2} S l = \mu \mu_0 \frac{N^2}{l} \frac{\pi d^2}{4} = 1,4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м} \frac{10^8}{1 \text{ м}} \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 10^{-14} \text{ м}}{4} \cdot 1 \text{ м} \approx 3,9 \cdot 10^{-12} = 3,9 \text{ нГн}$$

где $\mu = 1$, т. к. стержень диэлектрический, S — площадь поперечного сечения катушки, l — длина, принятая равной 1 м.

Ёмкость цилиндрического конденсатора:

$$C = \frac{q}{U} = \frac{2 \pi \varepsilon \varepsilon_0 l}{\ln\left(\frac{2d}{d}\right)} = \frac{2 \pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 1 \text{ м}}{\ln(2)} \approx 80 \cdot 10^{-12} \text{ Ф} = 80 \text{ пФ} ,$$

где $\varepsilon = 1$, т. к. между обкладками воздух, l — длина, принятая равной 1 м.

$$\text{Собственная частота колебаний } \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{2d}{d}\right)}{2 \pi \mu \mu_0 \varepsilon \varepsilon_0 N^2 S}} \approx 5,6 \cdot 10^{10} \text{ рад/с}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2 \pi} \approx 8,9 \text{ ГГц} . \text{ Следует обратить внимание, что } l \text{ сократилась.}$$

Максимальная плотность тока, по определению есть отношение максимальной силы тока к площади сечения провода. А максимальная сила тока в ω раз больше максимального заряда на обкладках. Эта связь может быть получена, как из закона сохранения энергии, так и из определения силы тока, как производной заряда по времени. Окончательно:

$$j_{\max} = \frac{I_{\max}}{S_{\text{проводов}}} = \frac{\omega \cdot q_{\max}}{S_{\text{проводов}}} = 18,7 \text{ А/мм}^2 = 18,7 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$$