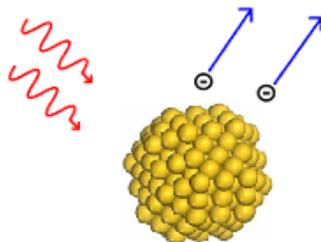


### 9. Фотоионизация нанокластера: электростатическая модель (10 баллов)



Энергия ионизации  $E$  – это минимальная энергия, которую необходимо затратить для перемещения электрона из твердого тела на бесконечность. В общем случае она складывается из работы выхода электрона  $W$  и классической работы  $A$ , которая необходима для преодоления электроном электростатического поля твердого тела:

$$E = W + A$$

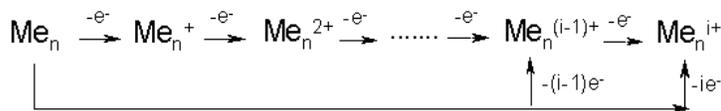
Рассмотрим незаряженный шар радиуса  $R$  из материала с работой выхода  $W$ .

1. Чему при этом равны энергии удаления одного и  $m$  электронов ( $E_1$  и  $E_m$ , соответственно)? (2 балла)

Электрон может быть удален, например, под действием света (фотоэффект).

2. Рассчитайте красную границу фотоэффекта ( $\lambda_{\max}$ , нм) для объемного образца и нанокластера\* натрия. Почему отличаются полученные значения  $\lambda_{\max}$ ? Каким цветам видимого спектра они соответствуют? (3 балла)

Рассмотрим последовательную ионизацию нанокластера металла радиуса  $R$  из материала с работой выхода  $W$ :



3. Выведите формулу энергии последовательной ионизации  $E'_i$  (т.е., энергию процесса  $\text{Me}_n^{(i-1)+} \rightarrow \text{Me}_n^{i+} + e^-$ ). (2 балла)

4. Рассчитайте максимальный заряд нанокластера\* натрия при ионизации ультрафиолетовым лазером с длиной волны 200 нм. (3 балла)

\* Нанокластер имеет форму шара и содержит 14000 атомов натрия.

Работу выхода натрия считать равной 2,39 эВ, плотность натрия 0,971 г/см<sup>3</sup>. Все рассматриваемые процессы протекают в вакууме.

**Ответ.**

1. Работа по преодолению электростатического поля равна:

$$A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R} = k \frac{q_1 q_2}{R}, \text{ где } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \text{ Н}\cdot\text{м}^2/\text{Кл}^2$$

$$\text{или при } q_1 = q_2 = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл } A = k \frac{q^2}{R} = k \frac{e^2}{R}.$$

Тогда энергию отрыва одного электрона от незаряженного металлического шара можно записать как:  $E_1 = W + k \frac{e^2}{R}$ .

Энергия удаления  $m$  электронов может быть представлена как сумма энергий последовательного отрыва 1, 2, 3, 4, ...  $m$  электронов:

$$E_m = \sum_{i=1}^m (W + A_i) = \sum_{i=1}^m W + \sum_{i=1}^m A_i = mW + \sum_{i=1}^m k \frac{ie^2}{R} = mW + k \frac{e^2}{R} \sum_{i=1}^m i = mW + k \frac{m(m+1)e^2}{2R}$$

Заметим, что при  $m \gg 1$  последнее слагаемое  $k \frac{m(m+1)e^2}{2R}$  переходит в формулу для энергии заряженной сферы, известную из курса школьной физики:  $A = k \frac{m^2 e^2}{2R} = \frac{q^2}{2C}$ .

2. При выбивании электрона квантом света с длиной волны  $\lambda_{\max}$  кинетическая энергия электрона на бесконечности будет равна нулю, то есть, энергия фотона будет равна энергии ионизации:  $E = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\max}}$ , отсюда:  $\lambda_{\max(\text{cl})} = \frac{hc}{W + ke^2/R}$ .

В этой формуле слагаемое  $ke^2/R$  обратно пропорционально радиусу  $R$ . Для размеров около 1 нм оно имеет величину 1,44 эВ, что сравнимо с работой выхода  $W$ , в то время как уже для микрочастиц порядка 10 мкм его величиной ( $1,44 \cdot 10^{-4}$  эВ) по сравнению с  $W$  можно пренебречь.

Таким образом, для объемного образца  $\lambda_{\max} = \frac{hc}{W}$ .

1) Работа выхода для металлического натрия, по условию, составляет

$$W = 2,39 \text{ эВ} = 2,39 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 3,83 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

2) Радиус сферического кластера из  $N$  атомов можно записать как

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3NM}{4\pi\rho N_a}},$$

где  $M = 23 \cdot 10^{-3}$  кг/моль (молярная масса натрия в системе СИ),  $\rho = 971$  кг/м<sup>3</sup> (плотность натрия в системе СИ) и  $N_a = 6,02 \cdot 10^{23}$  (число Авогадро). Тогда радиус кластера из 14000 атомов натрия равен

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 14000 \cdot 23 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 3,14 \cdot 971 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 5,08 \cdot 10^{-9} \text{ (м) (или 5,08 нм)}.$$

3) Красная граница фотоэффекта равна

$$\lambda_{\max} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 3,83 \cdot 10^{-19} = 5,19 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 519 \text{ нм}.$$

$$\lambda_{\max(\text{cl})} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,83 \cdot 10^{-19} + 8,99 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2} / 5,08 \cdot 10^{-9} = 4,64 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 464 \text{ нм}.$$

Таким образом, для ионизации нанокластера требуется дополнительная энергия, тем больше, чем меньше размер кластера (что связано с маленькой электрической емкостью нанокластера).

4) Для макрообразца натрия потребуется лазер с длиной волны  $\lambda_{\max} = 519 \text{ нм}$  (зеленый), а для нанокластера  $\lambda_{\max(\text{cl})} = 464 \text{ нм}$  (синий).

**3.** Энергия удаления  $i$ -го электрона по уравнению  $\text{Me}_n^{(i-1)+} \rightarrow \text{Me}_n^{i+} + e^-$  (последовательная энергия ионизации) составляет разность энергий удаления  $i$  и  $i-1$  электронов

$$E'_i = E_i - E_{i-1} = iW + k \frac{i(i+1)e^2}{2R} - (i-1)W - k \frac{(i-1)ie^2}{2R} = W + (i^2 + i - i^2 + i) \frac{ke^2}{2R} = W + k \frac{ie^2}{R}$$

**4.** Отрыв электронов от нанокластера будет происходить до тех пор, пока энергия квантов света лазера будет превосходить последовательный потенциал ионизации.

$$\text{То есть, } W + k \frac{i_{\max} e^2}{R} < \frac{hc}{\lambda} \text{ и } i_{\max} < \frac{R(hc/\lambda - W)}{ke^2}.$$

$$i_{\max} < \frac{5,08 \cdot 10^{-9} (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / (2 \cdot 10^{-7}) - 3,83 \cdot 10^{-19})}{8,99 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}$$

$$i_{\max} < 13,50$$

Таким образом, максимальный заряд нанокластера составит 13.