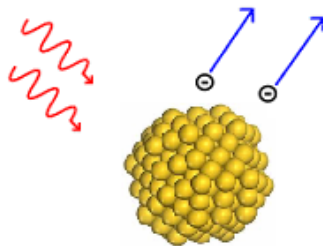


9. Фотоионизация нанокластера: электростатическая модель (10 баллов)



Энергия ионизации E – это минимальная энергия, которую необходимо затратить для перемещения электрона из твердого тела на бесконечность. В общем случае она складывается из работы выхода электрона W и классической работы A , которая необходима для преодоления электроном электростатического поля твердого тела:

$$E = W + A$$

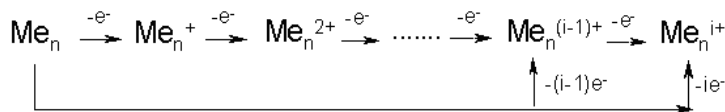
Рассмотрим незаряженный шар радиуса R из материала с работой выхода W .

1. Чему при этом равны энергии удаления одного и m электронов (E_1 и E_m , соответственно)? (2 балла)

Электрон может быть удален, например, под действием света (фотоэффект).

2. Рассчитайте красную границу фотоэффекта (λ_{\max} , нм) для объемного образца и нанокластера* натрия. Почему отличаются полученные значения λ_{\max} ? Каким цветам видимого спектра они соответствуют? (3 балла)

Рассмотрим последовательную ионизацию нанокластера металла радиуса R из материала с работой выхода W :



3. Выведите формулу энергии последовательной ионизации E'_i (т.е., энергию процесса $\text{Me}_n^{(i-1)+} \rightarrow \text{Me}_n^{i+} + e^-$). (2 балла)

4. Рассчитайте максимальный заряд нанокластера* натрия при ионизации ультрафиолетовым лазером с длиной волны 200 нм. (3 балла)

* Нанокластер имеет форму шара и содержит 14000 атомов натрия.

Работу выхода натрия считать равной 2,39 эВ, плотность натрия 0,971 г/см³. Все рассматриваемые процессы протекают в вакууме.

Ответ.

1. Работа по преодолению электростатического поля равна:

$$A = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 R} = k \frac{q_1 q_2}{R}, \text{ где } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$$

$$\text{или при } q_1 = q_2 = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл } A = k \frac{q^2}{R} = k \frac{e^2}{R}.$$

Тогда энергию отрыва одного электрона от незаряженного металлического шара можно записать как: $E_1 = W + k \frac{e^2}{R}$.

Энергия удаления m электронов может быть представлена как сумма энергий последовательного отрыва 1, 2, 3, 4, ... m электронов:

$$E_m = \sum_{i=1}^m (W + A_i) = \sum_{i=1}^m W + \sum_{i=1}^m A_i = mW + \sum_{i=1}^m k \frac{ie^2}{R} = mW + k \frac{e^2}{R} \sum_{i=1}^m i = mW + k \frac{m(m+1)e^2}{2R}$$

Заметим, что при $m \gg 1$ последнее слагаемое $k \frac{m(m+1)e^2}{2R}$ переходит в формулу для энергии заряженной сферы, известную из курса школьной физики: $A = k \frac{m^2 e^2}{2R} = \frac{q^2}{2C}$.

2. При выбивании электрона квантом света с длиной волны λ_{\max} кинетическая энергия электрона на бесконечности будет равна нулю, то есть, энергия фотона будет равна энергии ионизации: $E = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\max}}$, отсюда: $\lambda_{\max(\text{cl})} = \frac{hc}{W + ke^2/R}$.

В этой формуле слагаемое ke^2/R обратно пропорционально радиусу R . Для размеров около 1 нм оно имеет величину 1,44 эВ, что сравнимо с работой выхода W , в то время как уже для микрочастиц порядка 10 мкм его величиной ($1,44 \cdot 10^{-4}$ эВ) по сравнению с W можно пренебречь.

Таким образом, для объемного образца $\lambda_{\max} = \frac{hc}{W}$.

1) Работа выхода для металлического натрия, по условию, составляет

$$W = 2,39 \text{ эВ} = 2,39 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 3,83 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

2) Радиус сферического кластера из N атомов можно записать как

$$R = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{3NM}{4\pi\rho N_a}},$$

где $M = 23 \cdot 10^{-3}$ кг/моль (молярная масса натрия в системе СИ), $\rho = 971$ кг/м³ (плотность натрия в системе СИ) и $N_a = 6,02 \cdot 10^{23}$ (число Авогадро). Тогда радиус кластера из 14000 атомов натрия равен

$$R = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 14000 \cdot 23 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 3,14 \cdot 971 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}} = 5,08 \cdot 10^{-9} \text{ (м) (или 5,08 нм)}.$$

3) Красная граница фотоэффекта равна

$$\lambda_{\max} = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 3,83 \cdot 10^{-19} = 5,19 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 519 \text{ нм}.$$

$$\lambda_{\max(\text{cl})} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,83 \cdot 10^{-19} + 8,99 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2} / 5,08 \cdot 10^{-9} = 4,64 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 464 \text{ нм}.$$

Таким образом, для ионизации нанокластера требуется дополнительная энергия, тем больше, чем меньше размер кластера (что связано с маленькой электрической емкостью нанокластера).

4) Для макрообразца натрия потребуется лазер с длиной волны $\lambda_{\max} = 519 \text{ нм}$ (зеленый), а для нанокластера $\lambda_{\max(\text{cl})} = 464 \text{ нм}$ (синий).

3. Энергия удаления i -го электрона по уравнению $\text{Me}_n^{(i-1)+} \rightarrow \text{Me}_n^{i+} + e^-$ (последовательная энергия ионизации) составляет разность энергий удаления i и $i-1$ электронов

$$E'_i = E_i - E_{i-1} = iW + k \frac{i(i+1)e^2}{2R} - (i-1)W - k \frac{(i-1)ie^2}{2R} = W + (i^2 + i - i^2 + i) \frac{ke^2}{2R} = W + k \frac{ie^2}{R}$$

4. Отрыв электронов от нанокластера будет происходить до тех пор, пока энергия квантов света лазера будет превосходить последовательный потенциал ионизации.

$$\text{То есть, } W + k \frac{i_{\max} e^2}{R} < \frac{hc}{\lambda} \text{ и } i_{\max} < \frac{R(hc/\lambda - W)}{ke^2}.$$

$$i_{\max} < \frac{5,08 \cdot 10^{-9} (6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / (2 \cdot 10^{-7}) - 3,83 \cdot 10^{-19})}{8,99 \cdot 10^9 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}$$

$$i_{\max} < 13,50$$

Таким образом, максимальный заряд нанокластера составит 13.