Биофизика клеточных мембран (8 баллов)

Если концентрация какого-либо иона внутри клетки отлична от концентрации этого иона снаружи и клеточная мембрана для него проницаема, то возникает поток заряженных частиц через мембрану. При этом нарушается электрическая нейтральность клетки и между внутренней и наружной поверхностями мембраны образуется разность потенциалов, препятствующая дальнейшему перемещению ионов. В конечном итоге поток ионов останавливается и наступает термодинамическое равновесие

- **1.** Рассчитайте по формуле Нернста разность потенциалов на мембране некоторой клетки при температуре 36° C, если она определяется переносом ионов калия. (**2 балла**) Концентрация калия внутри клетки равна $C_{\text{внут}} = 92$ ммоль/л, а снаружи $C_{\text{внеш}} = 5$ ммоль/л.
- **2.** Рассчитайте, какая доля ионов калия (%) должна перейти из клетки в межклеточную среду, чтобы создать такую разность потенциалов. (**5 баллов**)

Радиус клетки считать равным 5 мкм, толщину мембраны – 4 нм, диэлектрическая проницаемость липидов мембраны $\boldsymbol{\varepsilon} = 2,3.$

3. Рассчитайте напряженность электрического поля, под действием которого находится мембрана клетки. (**1 балл**)

Ответ.

1. По формуле Нернста потенциал между внутренней и внешней сторонами клеточной мембраны равен:

$$\Delta \phi = -\frac{RT}{zF} ln \, C_{\text{aidd}} - \left(-\frac{RT}{zF} ln \, C_{\text{aidd}} \right) = -\frac{RT}{zF} ln \frac{C_{\text{aidd}}}{C_{\text{aidd}}} = -\frac{8,314 \cdot \left(273 + 36\right)}{1 \cdot 96485} ln \frac{92}{5} = -0,0775 \, B.$$

2. 1) Рассчитаем емкость липидной мембраны

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \cdot 4\pi r^2}{d} = \frac{2.3 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 3.14 \cdot \left(5 \cdot 10^{-6}\right)^2}{4 \cdot 10^{-9}} = 1,60 \cdot 10^{-12} \Phi.$$

- 2) Тогда величина заряда каждого знака на поверхности мембраны, если рассматривать ее как плоский конденсатор, равна $q = C\Delta \varphi = 0.0775 \cdot 1.60 \cdot 10^{-12} = 1.24 \cdot 10^{-13}$ Кл.
 - 3) Что отвечает $\frac{q}{F} = \frac{1,24 \cdot 10^{-13}}{96485} = 1,29 \cdot 10^{-18}$ моль ионов.
 - 4) Тогда изменение концентрации составляет

$$\Delta C_{_{K^{^{+}}}} = \frac{q/F}{V} = \frac{q/F}{\left(4/3\right)\pi r^{^{3}}} = \frac{1,29\cdot10^{^{-18}}}{\left(4/3\right)\cdot3,14\cdot\left(5\cdot10^{^{-6}}\right)^{\!\!\!\!/}} = 2,46\cdot10^{^{-3}} \text{ моль/м}^{3} = 2,46\cdot10^{^{-3}} \text{ ммоль/л}.$$

5) Тогда доля ионов калия, перешедшая во внешнюю среду $\omega = \frac{2,46\cdot 10^{-3}}{92}\cdot 100\% = 2,7\cdot 10^{-3}\% \; .$

3. Напряженность электрического поля, под действием которого находится мембрана клетки, определяется разностью потенциалов между сторонами мембраны и толщиной данной мембраны:

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{\left|q\right|}{\varepsilon\varepsilon_0 S} = \frac{C\left|\Delta\phi\right|}{\varepsilon\varepsilon_0 S} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S\left|\Delta\phi\right|}{\varepsilon\varepsilon_0 Sd} = \frac{\left|\Delta\phi\right|}{d} = \frac{0,0775}{4\cdot 10^{-9}} = 1,94\cdot 10^7 \ \text{B/m} \ (\text{то есть } 19,4 \text{ мегавольт на метр}).$$