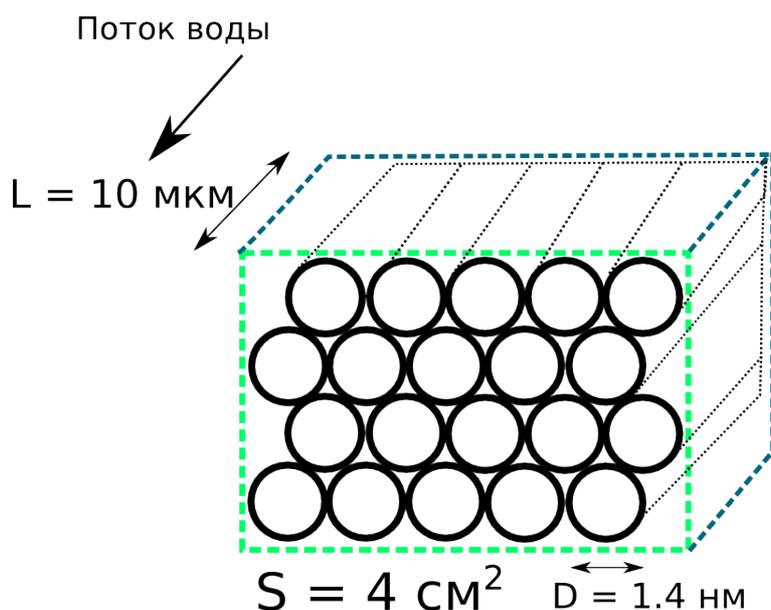


Нанотрубчатая вода (7 баллов)



Американские учёные из национальной лаборатории Аргонн заполнили поры углеродных нанотрубок диаметром $D = 1.4 \text{ нм}$ и длиной 10 мкм водой.

Оказалось, что такая вода обладает необычными свойствами. По структуре вода скорее напоминает кристалл льда, т.к. её атомы строго упорядочены. Вода не замерзает вплоть до температуры 8К , сохраняет текучесть и способность перемещаться вдоль

нанотрубки. Любопытно, что между водой и стенкой нанотрубки образуется зазор шириной $k = 0.2 \text{ нм}$. Учёные считают, что подобные явления могут наблюдаться и в организме человека, ведь в нём много ультратонких капилляров.

Задача

Русский изобретатель Василий предлагает использовать нанотрубки для создания водяного фильтра. Василий считает, что такой фильтр поможет очистить воду от загрязнений и болезнетворных бактерий. Согласно чертежам изобретателя, площадь поперечного сечения фильтра составляет $S = 4 \text{ см}^2$. Фильтр должен иметь пропускную способность Q не менее 10 л/мин для удобного использования в быту. Какая должна быть разница давлений Δp в системе городского водоснабжения, чтобы изобретение Василия работало? (5 баллов) Какова должна быть высота h водонапорной башни? (2 балла) Вязкость воды η считать равной $10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$.

Решение

Реальный радиус воды в нанотрубке $d = D - 2k = 1 \text{ нм}$. Чтобы найти разницу давлений воспользуемся формулой Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi d^4}{128 \eta L} \Delta p N, \quad (1)$$

Здесь N — число нанотрубок в фильтре.

$$N = \frac{4S\beta}{\pi D^2} \quad (2)$$

β — фактор плотности упаковки нанотрубок, равный примерно 0.9.

Получаем итоговую формулу:

$$\Delta p = \frac{32Q\eta L D^2}{d^4 S \beta} = \frac{32 \cdot 1.7 \cdot 10^{-5} \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-5} \cdot 1.4^2 \cdot 10^{-18}}{10^{-36} \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 0.9} = 10^9 \text{ Па} = 10\,000 \text{ атм.} \quad (3)$$

Высота водонапорной башни:

$$h = 100\,000 \text{ м} = 100 \text{ км.} \quad (4)$$