

### Рассматривая гипербакибол (8 баллов)

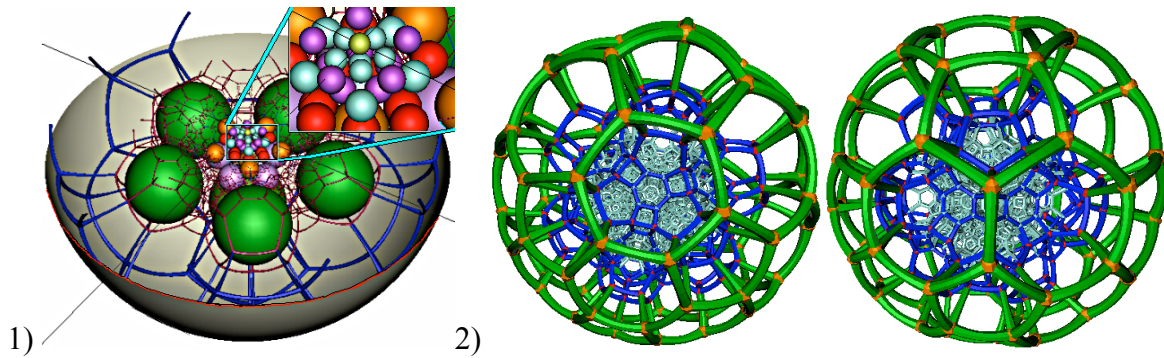


Рис. 1. Внешний вид 3D проекции Шлегеля\* гипербакибола. 1) Разрез (полусфера) проекции. Внутри внутренних бакибольных ячеек  $C_{60}$  для визуализации помещены шары. В центральной части оставлены только помещенные внутрь ячеек шары, рёбра самого гипербакибола невидимы. 2) Полные проекции гипербакибола: две точки зрения.

В прошлом году некоторые из вас познакомились с додекаплексом  $C_{600}$  – самым маленьким 4D фуллереном – и гипербакиболом  $C_{7200}$  – четырёхмерным аналогом бакибола  $C_{60}$  (рис. 1). Несмотря на внушительный внешний вид, устроены они довольно просто. Додекаплекс состоит из одинаковых додекаэдров фуллерена  $C_{20}$ , а гипербакибол – из одинаковых ячеек фуллерена  $C_{60}$ . Интересен тот факт, что расположение ячеек  $C_{20}$  в 3D проекции Шлегеля додекаплекса и  $C_{60}$  в 3D проекции Шлегеля гипербакибола – идентично (доп. рис. 3).

Рассмотрим проекцию четырехмерного бакибола повнимательнее. Ячейки  $C_{60}$  в 3D проекции Шлегеля гипербакибола, в отличие от додекаэдрических ячеек в додекаплексе, не имеют общих вершин и разделены двумя типами дополнительных ячеек – пятиугольными призмами и ячейками X (рис. 2а, б).

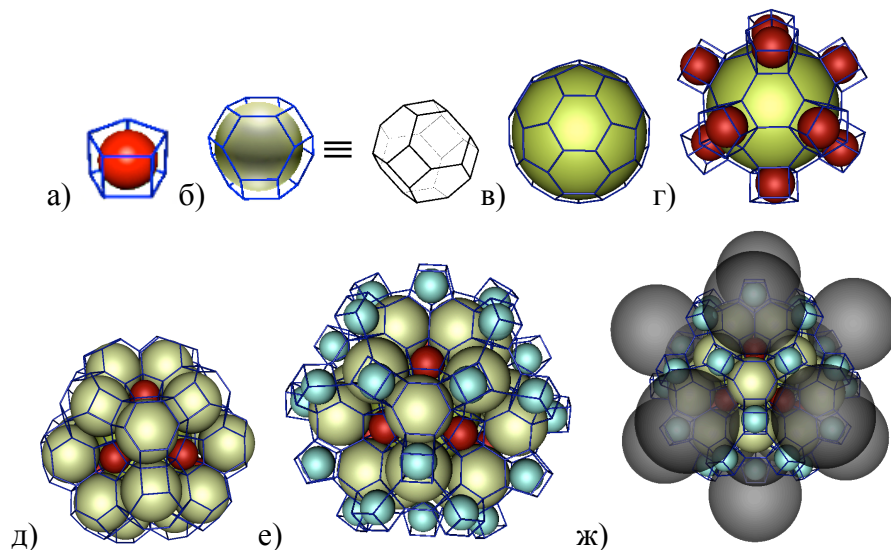


Рис. 2. Построение гипербакибола «снизу вверх»:

**а)** пятиугольная призма, **б)** ячейка X, **в)** центральная ячейка 3D проекции Шлегеля гипербакибола (№8 по рис. 3), **г)** на (в) построены пятиугольные призмы, **д)** на (г) построены ячейки X, **е)** на (д) построены пятиугольные призмы, **ж)** на (е) построен слой бакибольных ячеек (№7 по рис. 3).

1. Ячейку X можно получить усечением двух Платоновых тел. Назовите их. (1 балл)

2. На основе Рисунка 3, опишите ближайшее окружение каждого из трех типов ячеек (сколько и каких ближайших соседей, через какие грани они граничат). (2 балла)
3. Сколько пятиугольных призм и ячеек X содержит гипербакибол? Сколько и каких граней содержит гипербакибол? (4 балла)
4. Сколько всего ребер содержит гипербакибол? (1 балл)

При решении задачи не забывайте, что все однотипные ячейки гипербакибола эквивалентны, несмотря на возникающие при проекции геометрические искажения.

\* - Подобно проецированию выпуклых 3D многогранников в 2D фигуры на плоскости, проекция Шлегеля 4D многогранников в одну из ячеек фигуры позволяет нам визуализировать их в виде трёхмерного объекта без самопересечений граней.









<div>1</div>  <div>икосаэдр, 12 яч.</div>	<div>2</div>  <div>додекаэдр, 20 яч.</div>	<div>3</div>  <div>икосаэдр, 12 яч.</div>	<div>4</div>  <div>икосододекаэдр, 30 яч.</div>
<div>5</div>  <div>икосаэдр, 12 яч.</div>	<div>6</div>  <div>додекаэдр, 20 яч.</div>	<div>7</div>  <div>икосаэдр, 12 яч.</div>	<div>8</div>  <div>центральная ячейка</div>

Рис. 3. Структура последовательного расположения слоев «основных» ячеек додекаплекса и гипербакибола.