

Выпуклые многогранники (7 баллов)

Для любого выпуклого многогранника справедлива теорема Эйлера: $V - P + G = 2$

где V , P , G – это, соответственно, число вершин, рёбер и граней многогранника. Рассмотрим далее многогранники, в каждой вершине которых сходятся три ребра. Пусть такой многогранник содержит G_3 треугольных, G_4 четырёхугольных, G_5 пятиугольных, G_6 шестиугольных, G_7 семиугольных, G_8 восьмиугольных, ..., G_n n -угольных граней и все многоугольники являются правильными.

1. Чему равно число вершин и число ребер в таком многограннике? Запишите формулу Эйлера для данного многогранника через $G_3, G_4, G_5, G_6, \dots, G_n$. (1,5 балла)

2. Для каких n существуют многогранники, у которых все грани - n -угольники? Найдите количества граней в таких многогранниках. Как они будут называться? (1,5 балла)

3. «Раздвинем» в пространстве n -угольники в многогранниках из предыдущего пункта и построим новые многогранники, в которых «раздвинутые» n -угольники будут гранями, не имеющими общих вершин. Какое минимальное число вершин должно быть в новых многогранниках? Какие грани будут разделять исходные многоугольники? Назовите полученные многогранники – каждый в отдельности и общее название класса. (2,5 балла)

4. Можно ли полученные в п.3 многогранники встретить в наномире, и если – да, то где? (1,5 балла)