

Заочная наноолимпиада по математике 2010.

Задача 3. Заменить буквы подходящими цифрами так, чтобы сохранилось равенство:

$$\begin{array}{r} + \text{ нано} \\ \text{школа} \\ \hline \text{удача} \end{array}$$

(т.е. равенство $\text{НАНО} + \text{ШКОЛА} = \text{УДАЧА}$). Разумеется, разные буквы соответствуют разным цифрам. Известно также, что цифры, соответствующие буквам Ч, А, Ш, У в указанном порядке образуют арифметическую прогрессию и среди этих четырёх цифр нет куба целого числа.

Решение. Очевидно, что $\text{О} + \text{А} = \text{А}$ означает, что $\text{О} = 0$ (цифре 0). Далее имеем

$$\text{Н} + \text{Л} = \text{Ч}$$

($\text{Н} + \text{Л} = \text{Ч} + 10$ невозможно, иначе получим $0 + \text{А} + 1 = \text{А} + 10$) и тогда

$$\text{Н} + \text{К} = \text{Д} + 10.$$

Вычитая из второго уравнения первое получаем $\text{К} - \text{Л} = \text{Д} - \text{Ч} + 10$, поэтому $\text{К} > \text{Л}$, $\text{Ч} > \text{Д}$, $\text{Н} < \text{Ч}$, $\text{Л} < \text{Ч}$. Таким образом, буква Ч, будучи больше 0 и других трёх разных цифр, равна, как минимум, 4. С другой стороны, если она не меньше 5, то прогрессия Ч, А, Ш, У обязательно содержит число 8, то есть куб целого числа. Поэтому есть только одна возможность: Ч=4, А=5, Ш=6, У=7.

Тогда $\text{Н} + \text{Л} = 4$, $\text{Н} + \text{К} = \text{Д} + 10$. Так как Н и Л различные, одно из них равно 1, другое 3. Н не может быть равно 1, так как иначе $1 + \text{К} = \text{Д} + 10$, $\text{К} = \text{Д} + 9$, что невозможно при $\text{Д} > 0$. Значит, $\text{Н} = 3$, $\text{Л} = 1$. Тогда $3 + \text{К} = \text{Д} + 10$, $\text{К} = \text{Д} + 7$. Д не равно ни нулю, ни 1. Поэтому $\text{Д} = 2$, а $\text{К} = 9$. Итак: $3530 + 69015 = 72545$.