

Электрическое сопротивление — квантовое явление

Д. А. Франк-Каменецкий

Сопротивление проводника протеканию электрического тока — совсем не такая простая вещь, как это кажется на первый взгляд. Как мы увидим, и здесь не обойтись без кванта. Посмотрим сначала, что можно сделать без его помощи.

Классическая теория

Мы привыкли, что «классический» — слово похвальное. Говорят: Стрельцов забил «классический гол». Вместо «классический» можно было бы на более современном жаргоне сказать «классный» или даже «железный». Совсем иначе относится к этому слову физик. В современной физике классическими называются теории, созданные классиками науки прошлых веков, до возникновения квантовой физики и теории относительности. Чаще всего слово «классический» физики употребляют как противоположный слову «квантовый». Классическая теория отличается тем, что в ней не участвует квант. Такие теории очень просты, современному физику они кажутся несколько наивными. Они часто приносят большую пользу, но, как правило, решают вопрос не до конца. В классической теории для современного физика всегда чего-то не хватает.

Во многих книгах, в том числе и в учебниках (и даже очень хороших), пишется, что электрическое сопротивление металла происходит от столкновений электронов, пере-

носящих ток, с атомами*) кристаллической решетки. Правильно ли такое понимание сопротивления?

Лучше всего не говорить ни «да», ни «нет», а сказать, что оно выражает классическую теорию электрического сопротивления. К ней относится все, что мы только что говорили о классических теориях вообще. Но в данном случае классическая теория оказывается совсем слабой: она не может объяснить многих самых основных особенностей электрического сопротивления. В классической теории безусловно верно одно: сопротивление происходит оттого, что электроны передают часть своей энергии и импульса (количества движения) кристаллической решетке. Но каким именно образом происходит эта передача — вопрос совсем не простой и очень интересный.

Температурная зависимость

Сопротивление чистых металлов сильно возрастает с температурой. Для многих из них оно примерно пропорционально абсолютной температуре. При низких температурах такая простая зависимость наруша-

*) Точнее было бы сказать — с ионами, но это здесь для нас несущественно. Механизм электрического сопротивления заключается в том, что электроны, ударяясь об атомы кристаллической решетки, заставляют их колебаться — электрическая энергия переходит в тепловую.

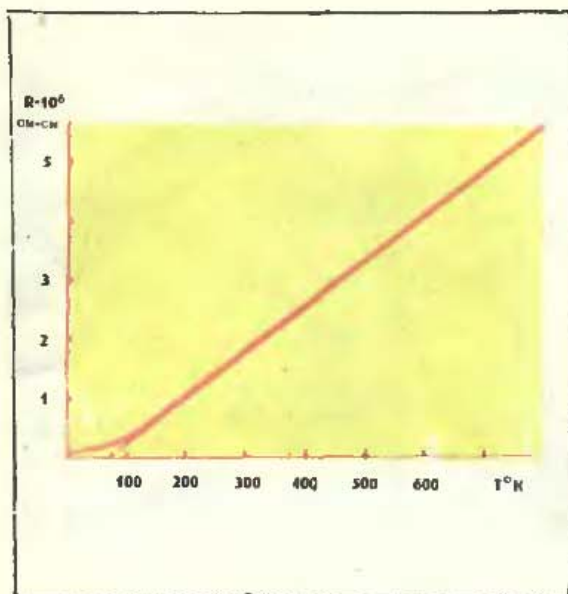


Рис. 1. График зависимости удельного сопротивления меди от абсолютной температуры.

ется. Это хорошо видно на рисунке 1, где показано, как меняется с температурой удельное сопротивление меди — самого употребительного проводника электрического тока. Как видно из рисунка, в области высоких температур зависимость хорошо представляется прямой линией. Но если эту прямую продолжить в сторону низких температур (на рисунке показано пунктиром), она уходит не в абсолютный нуль, а в несколько более высокую температуру — для меди около 60°K . На самом деле при низких температурах зависимость становится более сложной: сопротивление меняется пропорционально пятой степени температуры. При приближении к абсолютному нулю сопротивление чистых металлов становится очень малым. Есть группа металлов, у которых сопротивление совсем исчезает при температуре на несколько градусов выше абсолютного нуля. Этого явления, называемого сверхпроводимостью, мы сейчас касаться не будем. Достаточно много интересного можно сказать и о более простых вещах.

Если объяснять электрическое сопротивление столкновениями электронов с атомами, то температурная зависимость сопротивления чистых металлов остается совершенно непо-

нятной. Ведь дело обстоит так, как если бы электроны сталкивались только с атомами, совершающими тепловое движение, но свободно пролетали мимо неподвижных. Иногда так и говорят (как будто электрону легче попасть в движущийся атом), но это ошибка. Это все равно что считать, будто, стреляя не целясь, легче попасть в качающийся маятник, чем в неподвижный. Итак, классическая теория не способна объяснить зависимость сопротивления от температуры.

Остаточное сопротивление

Когда измеряют сопротивление чистых металлов при очень низких температурах, то обнаруживается замечательная вещь. Продолжая кривую рисунка 1 к абсолютному нулю, получают сопротивление, которое должно было бы остаться, если бы можно было на опыте достичь абсолютного нуля. Его так и называют *остаточным сопротивлением*. Оказывается, что оно сильно меняется от образца к образцу. Остаточное сопротивление крайне чувствительно к ничтожным примесям, к механической и термической обработке. Тщательно очищая металл, обрабатывая его так, чтобы добиться безупречного кристаллического строения, можно уменьшить остаточное сопротивление, и нет предела этому уменьшению. Итак, опыт наталкивает на удивительный вывод: идеальный кристалл при температуре абсолютного нуля не должен иметь электрического сопротивления. Иными словами: электрическое сопротивление чистых металлов происходит только от нарушений кристаллического строения, которые вызываются тепловым движением, примесями и дефектами (неправильностями) кристаллической решетки.

Атомные коридоры

Если бы электроны двигались по законам классической механики, они должны были бы сталкиваться с атомами независимо от того, расположены ли атомы в строгом порядке или

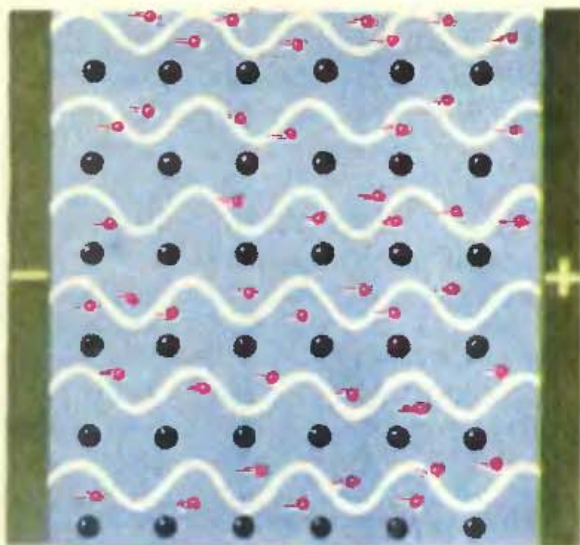


Рис. 2. Движение электронов и распространение электронных волн в правильном (идеальном) кристалле.

нет. Конечно, между правильными рядами атомов есть своего рода коридоры (рис. 2), но чтобы направить электрон по такому коридору, требовалась бы точная ориентировка кристалла по отношению к приложенному электрическому напряжению. А ведь обычно мы имеем дело не с одним кристаллом, а с сочетанием множества мелких кристалликов, ориентированных случайным образом. Одиночный правильный кристалл называют монокристаллом (от греческого слова «моно» — один), а сочетание многих кристаллов — поликристаллическим агрегатом (от греческого «поли» — много). Так вот, точные измерения показали, что сопротивление поликристаллических агрегатов очень мало отличается от сопротивления монокристаллов. Особенно важно то, что сопротивление поликристаллических агрегатов сильно уменьшается с понижением температуры. Это никак нельзя объяснить движением электронов по атомным коридорам по законам классической механики. При переходе из одного кристаллика в другой атомный коридор резко меняет свое направление (рис. 3). Электрон должен был бы с разлету стукнуться о «стенку». А он спокойно шествует по атомному лабиринту, подобно Тезею, ко-



Рис. 3. Схема движения электронов по атомным лабиринтам в поликристаллическом агрегате. Красным цветом показаны электроны.

торому указывала направление нить Ариадны. Что же это за чертовщина и как это объяснить?

Чудеса без чудес

Давно известны еще более удивительные факты. Механическая и термическая обработка заметно влияют на электрическое сопротивление металлов. Воспользуемся для удобства применяемой в технике единицей удельного сопротивления $\text{ом} \cdot \text{мм}^2/\text{м} = 10^{-4} \text{ ом} \cdot \text{см} = 10^{-6} \text{ ом} \cdot \text{м}$. В этих единицах удельное сопротивление обычной технической меди при 20°C выражается числом 0,0172. После холодной протяжки сопротивление медной проволоки возрастает до 0,0177. Даже наматывания проволоки на катушку достаточно, чтобы ее сопротивление возросло. Если же подвергнуть проволоку отжигу, то есть длительному нагреву, а затем охладить ее опять до 20°C , значение сопротивления возвращается к нормальной величине. Очевидно, сопротивление чувствительно к небольшим нарушениям кристаллической структуры (такие свойства называют структурно чувствительными). Еще поразительнее чувствительность сопротивления к ничтожным примесям. Тщательная очистка уменьшает удельное сопротивление ме-

ди при температуре 20°C до $0,0169\text{ ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$. Это обстоятельство имеет большое значение для техники. Ведь если уменьшить сопротивление проводов, то уменьшаются и бесполезные потери электроэнергии на их нагрев. Поэтому медь, предназначенную на электротехнические нужды, подвергают специальной очистке посредством электролиза. Этот своеобразный металлургический процесс несколько напоминает «переливание из пустого в порожнее». На аноде медь растворяется, а на катоде осаждается медь, чистота которой измеряется «тремя девятками» после запятой: $99,999\%$, то есть примеси в электролитической меди составляют всего тысячную долю процента. Такая тщательная очистка очень важна: после нее сопротивление, а с ним и тепловые потери заметно снижаются.

Посмотрим теперь, как количество примесей влияет на сопротивление меди. Достаточно добавить к меди 1% марганца, чтобы удельное сопротивление ее возросло до $0,048\text{ ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$, то есть почти в три раза! Между тем сопротивление чистого марганца составляет $0,05\text{ ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$. Таким образом, достаточно ввести в медь 1% марганца, чтобы ее сопротивление стало практически равно сопротивлению 100% -ного марганца! Это не исключительный случай. Примерно так же действуют добавки железа, кобальта, иридия и другие. Если бы сопротивление происходило от столкновений электронов с атомами примесей, эти примеси должны были бы влиять раз в сто слабее. С точки зрения классической теории непомерное действие малых примесей — чистое чудо.

У сплавов, содержащих примеси в большой пропорции, сопротивление очень велико. Металлурги разработали замечательные рецепты сплавов с высоким сопротивлением: никелин, манганин, константан, нихром и другие. Сопротивление этих сплавов в несколько раз больше,

чем у каждой из составных частей. Так, константан, состоящий из 60% меди и 40% никеля, имеет удельное сопротивление $0,44\text{ ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$, в то время как у чистой меди оно равно $0,017$, а у никеля $0,072$ тех же единиц*).

«Королем» подобных сплавов можно назвать всем известный нихром, удельное сопротивление которого около $1\text{ ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$. Недаром он нашел такое широкое применение в нагревательных приборах. Есть разные рецепты нихрома. Простейший из них — 80% никеля и 20% хрома. Такой сплав имеет удельное сопротивление $1,05\text{ ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$, в то время как у чистого никеля оно $0,072$ и у хрома $0,131$. Этот сплав дорогой, но можно без ущерба заменить часть дорогого никеля дешевым железом. Одно время «рекорд» среди подобных сплавов держал мегарип из 65% железа, 30% хрома и 5% алюминия с удельным сопротивлением $1,4\text{ ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$.

Поразительно, что температурная зависимость сопротивления у сплавов совсем другая, чем у чистых металлов. Сопротивление большинства сплавов тоже возрастает с температурой, но гораздо слабее. Специально для научных приборов, где желательно иметь постоянное сопротивление, разработан уже упоминавшийся константан, название которого означает «постоянный». В интервале температур от 0° до 400°C его сопротивление меняется всего лишь от $0,441$ до $0,448\text{ ом}\cdot\text{мм}^2/\text{м}$.

С точки зрения классической теории постоянство сопротивления сплавов столь же мало понятно, как и пропорциональность сопротивления температуре для чистых металлов. Сопротивление сплава должно было бы по смыслу этой теории складываться из сопротивлений его составных частей по простому правилу смешения (как, например, теплоемкость). Если внимательно разобраться во всем, что известно об

*) Все цифры здесь приведены для температуры 20°C .

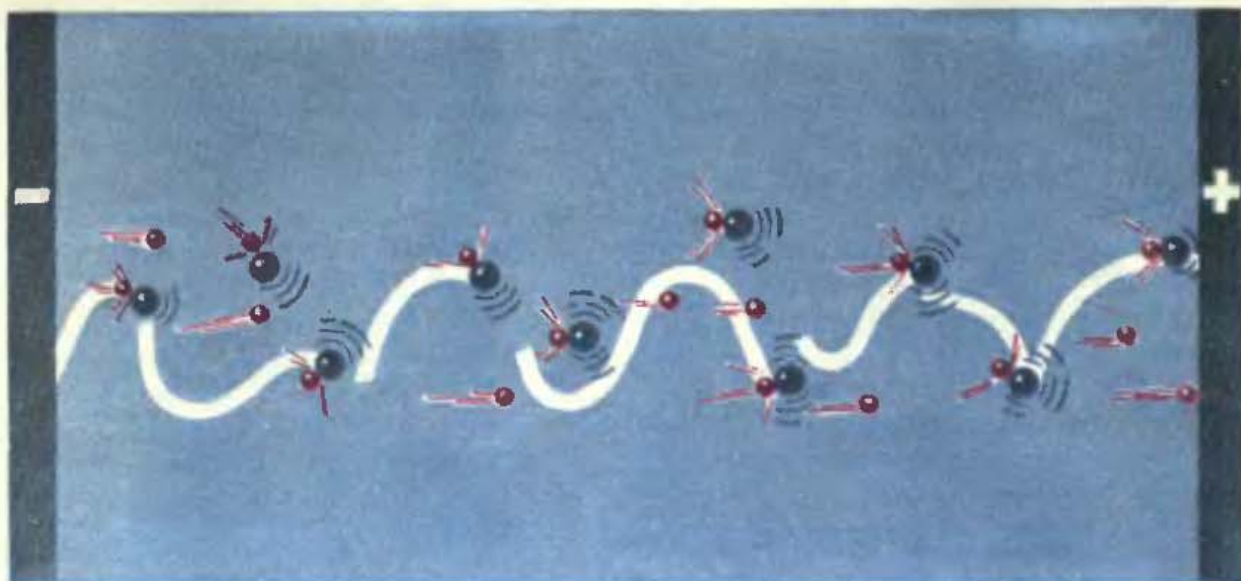


Рис. 4. Нарушение правильности атомного волновода тепловым движением.

электрическом сопротивлении, то станет ясно, что уже это простое явление вынуждает для своего понимания обратиться за помощью к кванту.

Электронные волны и атомные волноводы

Все становится на свое место, если вспомнить, что по законам квантовой механики электрон имеет одновременно свойства частицы и волны. Ширина атомных коридоров близка к длине волны электрона, и потому при движении по таким коридорам волновые свойства электрона проявляются в полной мере.

В радиотехнике сантиметровых волн широкое применение имеют волноводы. Это — металлические трубки круглого или прямоугольного сечения. Радиоволны распространяются по волноводу, следуя за всеми его изгибами. Свет — тоже электромагнитные волны, и его можно запрячь в световод — трубку с зеркальными стенками *). В последнее время охотно пользуются тончайшими световодами — стеклянными волокнами. Их можно как угодно изгибать — свет все равно будет послушно

следовать вдоль волокна.

Действие световода с зеркальными стенками легко понять. Световые волны все время отражаются от стенок и, таким образом, остаются внутри световода. Радиоволны тоже хорошо отражаются от гладких металлических поверхностей. Если же поверхность шероховатая, то волна как бы разбивается о зазубрины и в результате рассеивается и поглощается. Ее энергия переходит в тепло.

В квантовой теории протекание электрического тока через металл описывается как распространение электронных волн по атомным коридорам, играющим роль волноводов. Если атомы расположены на плоскости в идеальном порядке, на равных расстояниях друг от друга, то такая плоскость полностью отражает электронные волны — наподобие идеального зеркала. Рассеяние и поглощение электронных волн происходит только при нарушении строгого порядка в расположении атомов. Этот удивительный вывод был получен впервые довольно сложным математическим путем из уравнений квантовой механики. Но его можно было бы сделать и на основании установленных опытным путем свойств электрического сопротивления, если бы к ним отнеслись более внимательно.

В идеальном правильном кристалле волноводы совершенно гладкие. Вся-

*) На практике нет необходимости делать стенки зеркальными. Обычно используют явление полного внутреннего отражения, но это для нашей темы не имеет значения.

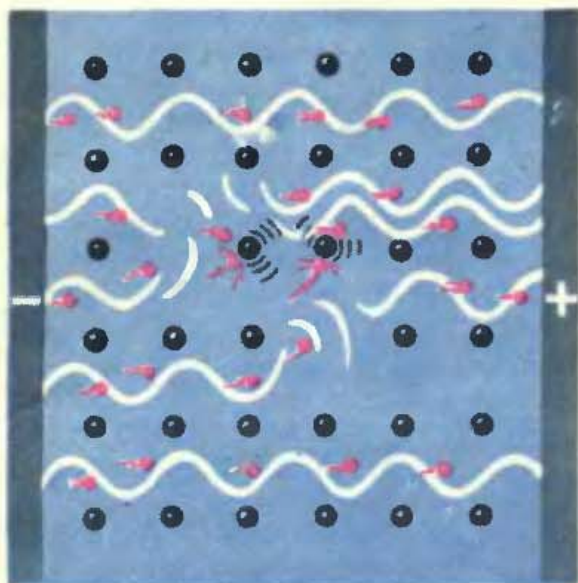


Рис. 5. Первый тип дефектов кристаллической решетки — вакансии (пустые места). Замечательно, что электроны рассеиваются и на вакансиях — нужно ли лучшее доказательство того, что они сталкиваются вовсе не с атомами решетки? Дело в том, что вакансии играют роль отверстия в стенке атомного волновода, нарушающего правильное распространение электронных волн.

кое нарушение атомного порядка действует как шероховатость стенок волновода. Электронные волны рассеиваются нарушениями решетки. Часть энергии электронов поглощается и переходит в тепло. Это и есть квантовый механизм электрического сопротивления. Правильность атомных волноводов нарушается тепловыми колебаниями, на которых рассеиваются электронные волны (рис. 4). Отсюда возникает тепловая часть электрического сопротивления, зависящая от температуры. Охлаждая металл, ее можно сделать сколь угодно малой. При этом сохраняется остаточное или структурное сопротивление, связанное с постоянными дефектами (порчей) кристаллической структуры (рис. 5 и рис. 6). Дефекты есть во всяком кристалле и зависят от его «биографии» — от условий, в которых он зарождался, рос и существовал. Дополнительные дефекты возникают при холодной механической обработке — протяжке проволоки и даже намотке ее на катушку. Оттого и возрастает сопротивление. При дли-

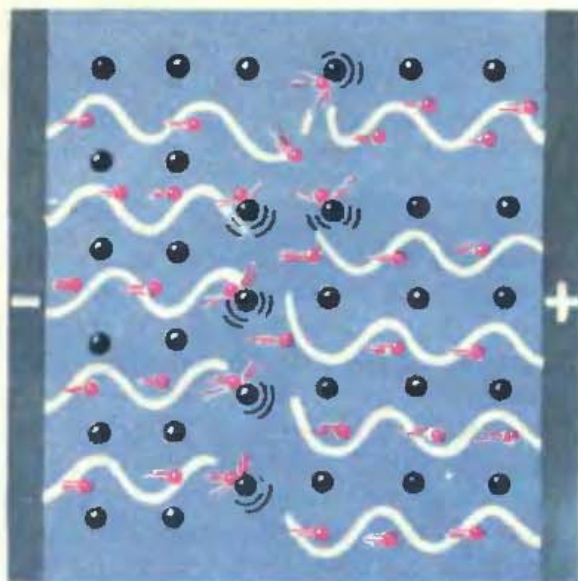
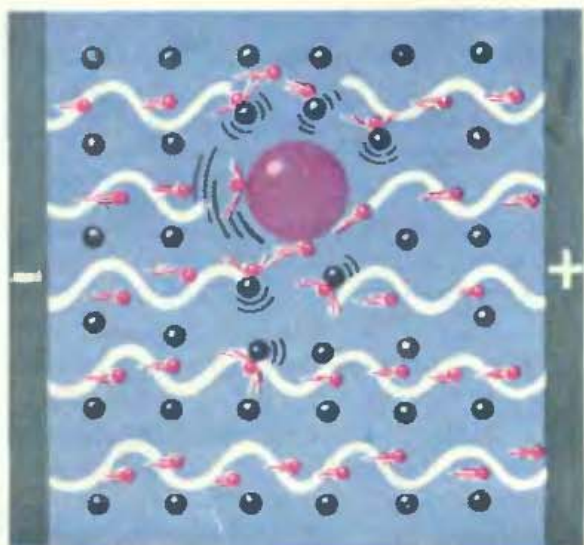


Рис. 6. Второй тип дефектов кристаллической решетки — дислокации.

тельном нагреве (отжиге) атомы возвращаются на свои места и дефекты заживают — сопротивление падает.

Внедрение инородных атомов вызывает серьезную порчу кристаллической решетки (рис. 7). При этом один атом примеси может сбить с места сотни атомов кристалла-«хозяина». Оттого примеси и повышают сопротивление. Замечено, что дейст-

Рис. 7. Атом примеси сбивает с места множество атомов решетки. Из-за этого нарушается правильное движение не только тех электронов, которые сталкиваются с самим атомом примеси, но и множества других. (Соотношения расстояний между атомами кристалла и их размеров по отношению к атому примеси — условные.)



вие примеси тем сильнее, чем больше ее атомы по размерам и другим факторам отличаются от атомов «хозяина», чем сильнее они нарушают правильность кристаллической решетки.

Если охлаждать металл, то тепловая (то есть происходящая от теплового движения) часть сопротивления падает. Когда она станет гораздо меньше, чем не зависящая от температуры структурная часть, то при дальнейшем охлаждении сопротивление почти не меняется. У сплавов с неупорядоченным строением структурная часть сопротивления настолько велика, что даже при высоких температурах преобладает над тепловой. Этим и объясняется слабая зависимость электрического сопротивления сплавов от температуры.

Звуковой квант — фонон

Мы познакомились с некоторыми квантовыми явлениями, но сам квант пока оставался в тени. Сейчас он выйдет на передний план.

Тепловое движение в твердом теле можно представлять себе как колебания атомов около своих положений равновесия. Но частицы в твердом теле не могут колебаться независимо. Они все прочно связаны между собою и совершают всегда коллективные колебания. Не так, как на танцплощадке, где каждая пара движется независимо от других, а как в массовой сцене большого балета, где все исполняют свои партии согласованно.

Коллективные колебания громадного числа частиц вещества — это то же самое, что звуковые волны. Если вывести любую частицу из положения равновесия, то возмущение будет распространяться по телу со скоростью звука. Оказывается, что тепловое движение в твердом теле можно рассматривать как распространение звуковых волн. Нагревая тело, мы заставляем его звучать. К счастью для нас, частота этих колебаний в миллиарды раз выше тех, какие может услышать

наше ухо. Очевидно, живые существа в процессе эволюции приспособились не слышать «тепловой звук», иначе мы не выдержали бы непрерывного шума «кричащих» предметов.

Итак, обнаруживается неожиданная связь между электрическим сопротивлением и звуком. Электроны рассеиваются на звуковых волнах, возбуждаемых при тепловом движении кристаллической решетки. Но всякая волна состоит из квантов. У световой или вообще электромагнитной волны — это фотоны, у звуковой волны — фононы (от греческих слов, означающих свет и звук). Фотоны — самые настоящие частицы, вполне равноправные с другими элементарными частицами. Фононы не совсем равноправны в том смысле, что они способны существовать только внутри вещества (в пустоте фононов быть не может). Они — и подобные им — называются квазичастицами (то есть «почти частицами»). Фонон — самый простой представитель обширной семьи квазичастиц. Другие ее члены нас сейчас не интересуют.

Мы говорили, что электронные волны рассеиваются на шероховатостях, созданных тепловым движением, то есть звуковыми волнами. Но если звуковую волну описывать как поток фононов, то и электроны можно считать частицами, забыв про их волновые свойства. Теперь мы как бы возвращаемся к простому объяснению сопротивления: электронам мешает свободно двигаться то, что они сталкиваются с другими частицами. Но только не с частицами вещества, а с звуковыми квантами — фононами.

Теперь можно, наконец, немного и посчитать. Будем для простоты вести расчет так, как если бы все фононы имели одну одинаковую частоту ν . Такое допущение неправильно, но ошибка от него получается небольшая. В свое оправдание мы можем сослаться на то, что великие физики Планк и Эйнштейн исходили из того же допущения в своей теории теплоемкостей твердых тел и полу-

чали не такие уж плохие результаты.

Энергия фонона, как и всякого кванта, равна $h\nu$, где h — постоянная Планка, а ν — частота волны.

Число фононов есть $\frac{E}{h\nu}$, где E —

энергия теплового движения, пропорциональная абсолютной температуре T . За множитель пропорциональности можно принять постоянную Больцмана k . Итак, число фононов*) равно $N = \frac{kT}{h\nu}$. Мы получили очень

важный результат. Число фононов в твердом теле пропорционально абсолютной температуре. Следовательно, если сопротивление происходит от столкновений электронов с фононами, оно тоже должно быть пропорционально абсолютной температуре! Так разрешается одна из загадок электрического сопротивления.

Но этот результат справедлив только при достаточно высоких температурах. Ведь по смыслу квантовой теории число фононов не может быть меньше единицы. Посмотрим, при какой температуре оно равно единице. Эту температуру называют *температурой Дебая* и обозначают греческой буквой θ . Приравняв N единице, находим: $\theta = \frac{h\nu}{k}$. Температура

Дебая (или *дебаевская температура*) играет очень важную роль в физике твердого тела. С помощью этой величины интересующее нас число фононов выражается совсем просто:

$N = \frac{T}{\theta}$. При температуре ниже де-

баевской это число становится меньше единицы. Это значит, что можно говорить только о среднем числе фононов, и расчет усложняется. Но

величина $\frac{T}{\theta}$ по-прежнему остается мерой числа фононов в твердом теле, а следовательно, и числа столкновений электронов с фононами. Ис-

*) Это число фононов на одно колебание решетки, точнее говоря, на одну колебательную степень свободы, или, как любят выражаться физики, на один осциллятор.

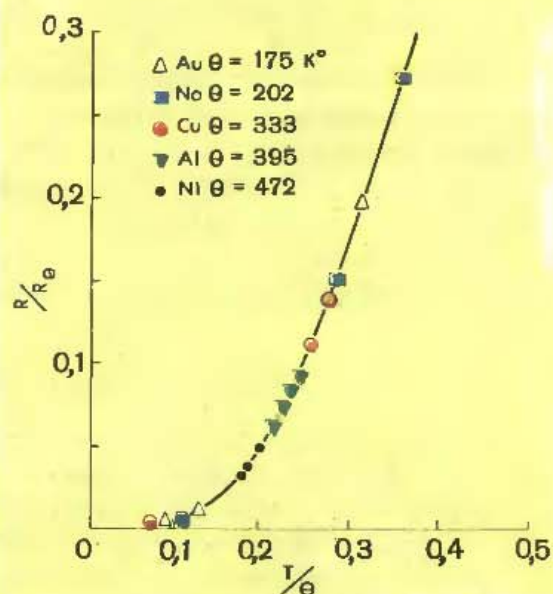


Рис. 8. Обобщенная кривая температурной зависимости удельного сопротивления чистых металлов.

ходя из этих соображений, была высказана следующая гипотеза: температурная зависимость электрического сопротивления чистых металлов выражается универсальной функцией от меры числа фононов $\frac{T}{\theta}$. Математически эта гипотеза записывается так:

$\frac{R}{R_\theta} = F\left(\frac{T}{\theta}\right)$, где R — сопро-

тивление при температуре T , R_θ — при температуре θ , а F — функция, вид которой может быть найден из опыта. Важно то, что функция F — общая для разных чистых металлов. Как хорошо эта гипотеза оправдывается на опыте, видно из рисунка 8. Этот график построил в свое время американский физик Бардин, прославившийся впоследствии своими работами по теории сверхпроводимости.

Интересно и полезно связать дебаевскую температуру θ со скоростью звука c . Вспомним, что вещество состоит из атомов и волна распространяется не непрерывно, а перескакивает от атома к атому. За период колебания τ волна не может пройти путь, меньший, чем расстояние между соседними атомами a .

Иначе волна «повисла бы» в пустоте между двумя атомами. Путь, проходимый звуковой волной за одно колебание, равен st . Итак, атомное строение вещества накладывает на периоды звуковых колебаний ограничение: $st \geq a$. Частота ν есть число периодов за единицу времени, откуда $\nu t = 1$. Таким образом, частоты звуковых колебаний ограничены условием:

$$\nu \leq \frac{c}{a}. \quad (*)$$

При тепловом движении возбуждаются звуковые волны (иначе говоря, фононы) с разными частотами, как говорят, целый спектр частот. Но у спектра фононов есть предельная частота. Волны с более высокими частотами не успевают бы перескочить от одного атома к следующему и потому не могут возбуждаться. Подробные расчеты показывают, что дебаевскую температуру можно определять так, как мы это делали, если только за частоту ν брать предельную частоту фононного спектра в твердом теле. Так мы и будем поступать.

Нам осталось оценить расстояние между атомами a . Если число атомов в единице объема равно n , то $n = \frac{1}{a^3}$.

Отсюда и из формулы (*) получается: $\frac{\nu^3}{c^3} \leq n$. Более точный расчет, который мы здесь привести не можем, дает добавочный множитель 4π . Таким образом, получается формула, связывающая предельную частоту ν со скоростью звука c :

$$4\pi \frac{\nu^3}{c^3} = n. \quad (**)$$

Эта очень важная формула тесно связана с формулой Релея — Джинса, о которой говорилось в статье Я. А. Смородинского («Квант» № 1). Выражая частоту ν из формулы (**) и подставляя ее в выражение дебаевской температуры, получим, что

$$\theta = \frac{hc}{k} \sqrt[3]{\frac{n}{4\pi}}.$$

Итак, мы получили связь между де-

баевской температурой θ и скоростью звука в твердом теле c . С помощью этой формулы и графика, представленного на рисунке 8, можно решать задачи, которые мы вам предложим. Они просты и не требуют особой смекалки, но интересны и поучительны в двух отношениях. Во-первых, вы убедитесь в существовании неожиданной связи между такими разными вещами, как скорость звука и зависимость электрического сопротивления от температуры. Во-вторых, вы познакомитесь с обобщенными кривыми, очень полезными во многих случаях, когда не удается воспользоваться формулами теории. Зависимости $R=f(T)$ у каждого металла свои, но раз их удалось совместить на обобщенной кривой (рис. 8), значит, эти зависимости и выражающие их кривые подобны. Подобие имеет здесь более широкий смысл, чем в школьной геометрии: оно означает, что кривые могут быть совмещены путем независимого изменения масштабов по двум осям координат. Вопросом о подобии физических зависимостей занимается специальная отрасль науки — теория подобия, о которой мы надеемся еще с вами поговорить в будущем.

А теперь попробуйте решить следующие задачи.

1. Скорость звука в железе равна 5200 м/сек, удельное сопротивление при минус 100° С равно 0,592 ом·мм²/м. Найдите удельное сопротивление железа при температуре +200° С.

2. Пользуясь зависимостью сопротивления меди от температуры (рис. 1), определите скорость звука в меди.