



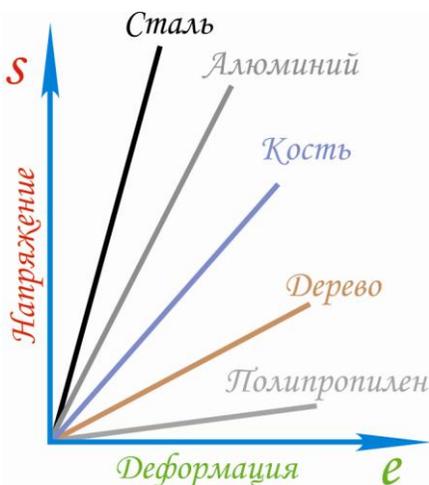
Thomas Young M.D.  
Sc. B.S.

## Модуль Юнга

*“Модуль упругости любого вещества есть столб этого вещества, способный производить давление на свое основание, которое так относится к весу, вызывающему определенную степень сжатия, как длина вещества к уменьшению этой длины”*  
Томас Юнг, 1807 г.

Модуль Юнга (модуль нормальной упругости) - величина, равная отношению нормального напряжения к вызванной им относительной упругой деформации (коэффициент сопротивления материала упругой деформации) при осевом растяжении – сжатии материала. Деформацию считают упругой там, где выполняется закон Гука (1675 г.), т.е. в той области, где деформация линейно зависит от напряжения.

Модули упругости являются важными характеристиками материала, которые в настоящее время применяют для расчетов механических свойств отдельных деталей и конструкций. Наиболее простой способ определения модуля Юнга изложен в любом школьном учебнике физики: к вертикально закрепленной проволоке прицепляют грузы известной массы, строят зависимость относительного растяжения от напряжения, затем производят линейную аппроксимацию зависимости и находят модуль Юнга. С первого взгляда, ничего сложного в этом эксперименте нет, но Юнг в публикации 1807 года так сформулировал определение



Линейные части кривых деформирования материалов. Тангенс угла наклона - модуль упругости (модуль Юнга), обычно обозначается  $E$ .

термина модуля упругости, что даже в адмиралтействе не смогли разобраться в его пользе: «Хотя их светлости весьма уважают науку и очень ценят Вашу статью, она слишком учена..., говоря короче, она непонятна». В 1822 году в доступной форме работу Юнга изложил Огюст Коши, он математически обосновал понятие упругости материала в точке, связав его с понятиями напряжения и деформации. Инженерам стало ясно, что, зная модуль упругости материала, можно рассчитать механические свойства не только отдельных частей, но и всей конструкции, не пользуясь странными ухищрениями и спорными приближениями при описании форм деталей.

Для измерения упругих свойств материалов стали изготавливать специальные детали, как правило, стержни, с участком постоянного сечения и утолщенными концами и отверстиями или резьбой для закрепления в испытательной машине. Испытательные машины могут сильно различаться размерами и конструкцией, но все они представляют собой механические приспособления для приложения к образцам нагрузки,

которую при этом можно точно измерять. Далеко не всегда можно измерить модуль нормальной упругости материала с использованием одноосного сжатия-растяжения, и еще в начале XX века было разработано большое количество методов для определения модуля Юнга [5]: статическое сжатие; однородный статический изгиб; неоднородный статический изгиб балки с одним закрепленным или двумя свободными концами; колебание продольной балки, закрепленной посередине; колебание балки свободной и под нагрузкой при изгибе с одним закрепленным концом, с обоими свободными концами. Наибольшее применение нашел метод определения модулей упругости кристаллов измерением скорости прохождения в нём звуковых волн, длина которых не превышает  $10^{-8}$  м, для таких волн кристалл можно считать однородной непрерывной средой (так называемое континуальное описание). В ходе эксперимента, кристалл в определенной ориентации закрепляли в держатель, а к одной из плоскостей приклеивали ультразвуковой излучатель. Регистрируя время прохождения ультразвукового импульса через кристалл и обратно (импульс отражается от грани кристалла противоположной излучателю), и рассчитывая скорость распространения звука определяли модуль Юнга. Для такого метода подходили кристаллы, линейные размеры которых не превышали нескольких десятков миллиметров [6].

Следует отметить, что упругие свойства кристаллов в разных направлениях различны, поэтому теория и методы экспериментального определения упругих констант материалов развивались параллельно с развитием теории



*Вид деталей для механических испытаний.*

Модуль Юнга различных материалов

Материал	Модуль Юнга (ГПа)
Мягкий покров самки саранчи	0,0002
Резина	0,007 – 0,1
Пленка скорлупы яйца	0,008
Полиэтилен	0,2
Хрящ человека	0,024
Сухожилие человека	0,6
Штукатурка	1,4
Полипропилен	1,5 - 2
Полистирол	3 – 3,5
Нейлон	2 – 4
Фанера	7
Дуб (вдоль волокон)	11
Свежая кость	21
Магний	45
Сплавы алюминия	69
Стекло	72
Бронза	103 - 124
Титан	105 - 120
Армированные пластики	150
Сталь	190 - 210
Вольфрам	400 - 410
Сапфир	420
Карбид кремния	450
Карбид вольфрама	450-650
Одностенные углеродные нанотрубки	1000
Алмаз	1050 - 1200

строения вещества, рентгенодифракционных методов изучения кристаллического строения веществ и кристаллографии. В теорию упругости, ввели понятия модулей упругости  $C_{ij}$  и модулей податливости  $S_{ij}$ , характеризующих упругие и деформационные свойства материала, а также коэффициенты Пуассона  $\sigma_{ij}$ , характеризующие изменение площади сечения образца в процессе сжатия – растяжения (их можно рассчитать, зная модули податливости). Матрица  $(6 \times 6)$  из модулей податливости характеризует механические свойства вещества во всех направлениях. К примеру, для описания механических свойств полностью изотропного «идеального» вещества требуется определить 2 модуля податливости, для кристаллического вещества с кубической сингонией – 3, тетрагональной – 6 или 7, тригональной и гексагональной – 5, 6 или 7, орторомбической – 9, моноклинной – 13, а триклинной - 21.

Универсальность закона Гука, модуля упругости для материалов и математического описания упругости материала позволяет перенести методики экспериментального определения упругих констант с объемных тел на наноматериалы. Главное научиться изготавливать испытательные машины необходимого размера. В этом направлении сделано уже не мало: в качестве устройства для приложения нагрузки используют кантилевер атомно-силового микроскопа или специальные механизмы, а измерения удлинения, частоты колебания и радиуса изгиба нанолент и нанопроволок осуществляют с помощью электронных микроскопов. Экспериментально уже определены модули упругости одностенных углеродных нанотрубок (1029 – 1530 ГПа), вискерев различных материалов, нанопроволок  $\text{SiO}_2$ , армированных SiC. Исследователям [7] удалось увеличить модуль Юнга с  $\sim 30$  ГПа у аморфного оксида кремния до 60 – 80 ГПа у композита  $\text{SiO}_2/\text{SiC}$ . Следует отметить, что полученные экспериментальные данные об упругих свойствах наноматериалов согласуются с теоретически рассчитанными, исходя из упругих свойств индивидуальной химической связи. Например, теоретически рассчитанный модуль Юнга для одностенных углеродных нанотрубок может меняться в пределах от 1 до 2,4 ТПа (в зависимости от их диаметра), а многостенной углеродной нанотрубки около 30 ГПа, что близко к значению модуля Юнга для одного из направлений в кристалле графита.

#### Литература.

1. Дж. Гордон, Конструкции, или почему не ломаются вещи / Москва, Мир, 1980.
2. Новый политехнический словарь, Под ред. Ишлинского А.Ю. / Москва, Большая российская энциклопедия, 2000 г., стр. 305.
3. [http://cito-web.yspu.yar.ru/link1/lab/lab\\_mex10/lab\\_mex10.html](http://cito-web.yspu.yar.ru/link1/lab/lab_mex10/lab_mex10.html)
4. <http://www.brainyencyclopedia.com/encyclopedia/e/el/elastic%5fmodulus.html>

5. R.F.S. Hearmon, The Elastic Constance of Anisotropic Materials / Review of Modern Physics, Vol. 18, No. 3, 1946, pp. 409 – 440.
6. Ч. Китель, Введение в физику твердого тела / Москва, Наука, 1978 г., Глава 4 «Упругие свойства кристаллов», стр. 149 – 168.
7. Zhong L. Wang, Rui Ping Gao, Zheng Wei Pan, and Zu Rong Dai, Nano-Scale Mechanics of Nanotubes, Nanowires, and Nanobelts / Advanced Engineering Materials, 2001, Vol. 3, No. 9, pp. 657 – 661.