Примесные дендримеры

Решение

1. Т.к. все звенья в одном слое равнозначны, то все структуры содержащие В в одном слое эквивалентны, т.е. являются одним изомером. Следовательно число изомеров равно числу слоев от 0 до n, т.е

$$N_1 = n + 1$$

2а. Если одна из молекул В находится в центре, то случай аналогичен пункту 1, за исключением того, что 0-й слой уже занят. Тогда

$$N_2^0 = n$$

2б. Если 2 молекулы В находятся на разных ветвях, то первая и вторая молекула имеют n вариантов размещения. Тогда общее число вариантов n^2. Т.к. молекулы А и В равнозначны, то необходимо учесть, что в общем числе вариантов случаи с n_1 не равным n_2 учтены два раза, а с равным один раз, тогда:

$$N_2^1 = \frac{n^2 - n}{2} + n = \frac{n^2 + n}{2}$$

2в. Рассмотрим случай, когда молекулы находятся на разных ветвях, сходящихся не в центре, а в k-ом слое. Для этого случая число изомеров будет равно:

$$\frac{(n-k)^2 + (n-k)}{2}$$

Если сюда же отнести число изомеров, когда оба В находятся на одной ветви, и нижний из них в k-ом слое, то число изомеров станет равным:

$$\frac{(n-k)^2 + (n-k)}{2} + (n-k) = \frac{(n-k)^2 + 3(n-k)}{2}$$

Общее число изомеров может быть представлено как сумма всех слагаемых, отвечающих за разветвление на k-ом слое:

$$N_2 = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-k)^2 + 3(n-k)}{2} = \sum_{k=1}^{n} \frac{k^2 + 3k}{2} =$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n} k^2 + \frac{3}{2}\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)(2n+1)}{12} + \frac{3n(n+1)}{4} =$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1) + 9n(n+1)}{12} = \frac{n(n+1)(2n+10)}{12} = \frac{n(n+1)(n+5)}{6}$$

3. График должен обязательно содержать:

- возрастание в начале
- убывание в конце
- быть симметричен относительно середины.