

## Решение задачи “Оптическое сверхразрешение”

Для начала, рассмотрим оптический отклик одного отверстия в непрозрачном экране в дальней оптической зоне. Решение задачи дифракции на круглом отверстии дает следующее угловое распределение интенсивности ([http://en.wikipedia.org/wiki/Airy\\_disc](http://en.wikipedia.org/wiki/Airy_disc)):

$$I(\theta) = I_0 \left( \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right)^2$$

Здесь  $a$  – радиус отверстия,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число,  $J_1(x)$  – функция Бесселя 1-го рода,  $I_0$  – постоянная, имеющая размерность интенсивности. Такое распределение носит название “пятно Эйри”.

Для большого отверстия  $a = 1$  мкм и отверстия с  $a = 100$  нм и излучения  $\lambda = 500$  нм угловые распределения будут иметь следующий вид:

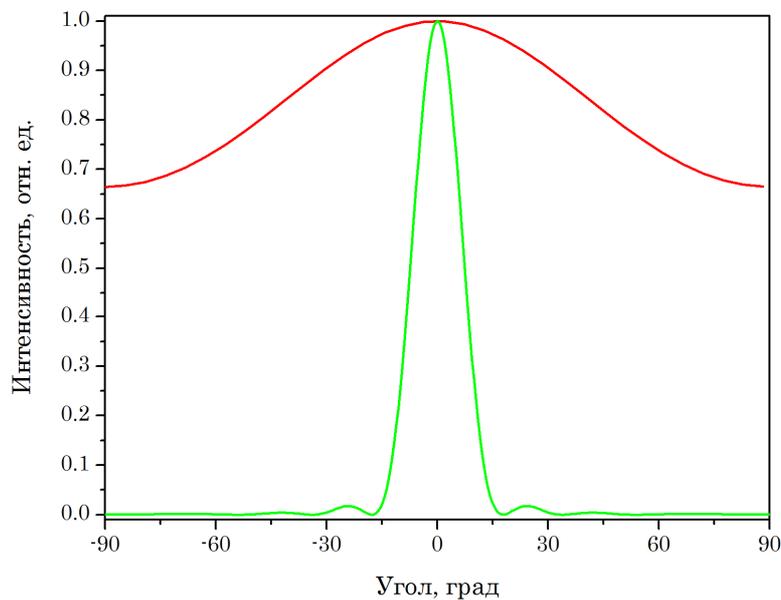


Рис.1. Угловые распределения интенсивности света, рассеянного на микронном отверстии (зеленая линия) и субдлинноволновом отверстии (красная линия).

В случае маленького отверстия излучение рассеивается во все стороны, причем довольно однородным образом. Мы имеем дело с излучением почти точечного источника. Оптической системой можно построить изображение двух точечных источников на экране, причем разрешающая способность системы будет ограничена снизу так называемым критерием Рэлея ([http://en.wikipedia.org/wiki/Angular\\_resolution](http://en.wikipedia.org/wiki/Angular_resolution)). Если излучение от двух источников, которые надо разрешить, есть сумма двух пятен Эйри, то эти источники можно считать разрешенными, если центральный максимум пятна Эйри одного источника находится в первом минимуме пятна Эйри второго источника или дальше. Для системы с числовой апертурой  $NA = 0.95$  и освещением с  $\lambda = 500$  нм разрешающая способность равна:

$$R = \frac{1.22\lambda}{2NA} \approx 320 \text{ нм}$$

Это означает, что на экране, на котором оптической системой сформировано изображение двух отверстий, расстояние от центра изображения одного из отверстий до первого темного кольца пятна Эйри этого же отверстия будет равно  $320 \text{ нм} \times M$ , где  $M$  – оптическое увеличение системы, расстояние между центрами изображений отверстий  $400 \text{ нм} \times M$ . Изображение, которое можно получить в оптическом микроскопе с помощью

идеальной оптической системы без aberrаций с числовой апертурой  $NA = 0.95$ , представлено на рис.2.

В двух из предложенных решений было приведено распределение поля в плоскости экрана с учетом интерференции двух точечных источников. Поскольку о когерентности пучка в условии ничего не сказано, предполагалось, что задача будет решаться при условии отсутствия интерференции, однако рассмотренный в приведенных решениях случай интерферирующих источников сообразен с экспериментом и приносил конкурсантам дополнительные баллы.

Увеличить разрешающую способность оптического микроскопа можно уменьшая длину волны излучения, оставаясь в видимом диапазоне, а также используя масляную иммерсию для увеличения числовой апертуры. В современных микроскопах возможно использование иммерсии с показателем преломления  $n = 1.5$ , а максимальный угол обзора составляет примерно  $\theta = 72^\circ$ ,  $\sin \theta \approx 0.95$ , тогда  $NA = n \sin \theta \approx 1.43$ . При использовании света с  $\lambda = 450$  нм получим максимально возможную в современных оптических микроскопах разрешающую способность:

$$R = \frac{1.22\lambda}{2NA} \approx 190 \text{ нм}$$

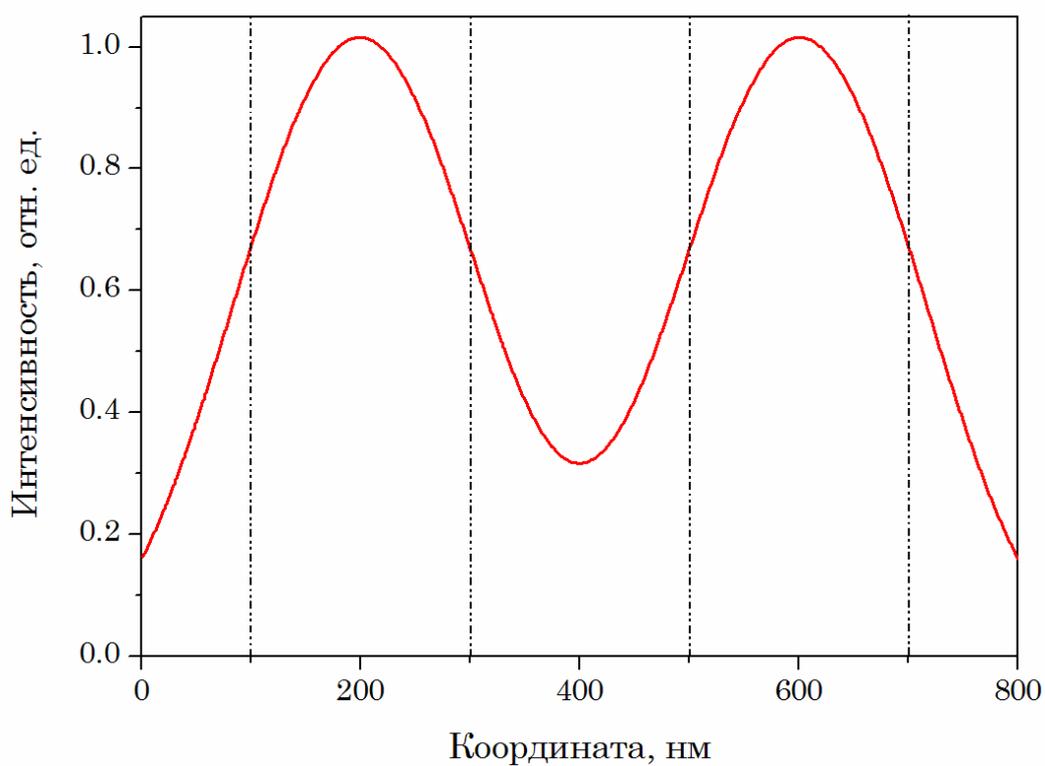
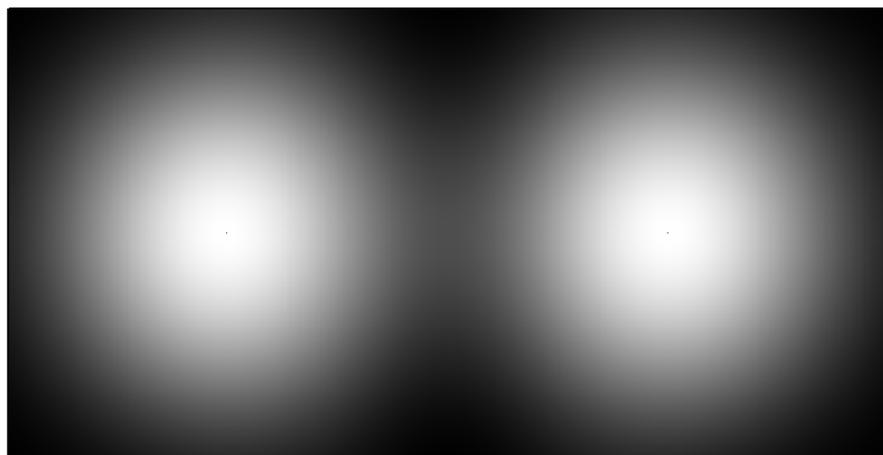


Рис.2. Сверху: изображение отверстий в непрозрачном экране, полученное в идеальном оптическом микроскопе. Числовая апертура оптической системы  $NA = 0.95$ . Снизу: сечение распределения прямой, проходящей через центры отверстий. Штрихпунктирными линиями обозначены положения границ отверстий.

Прежде чем решать задачу о ближнеполевой микроскопии рассматриваемого объекта, необходимо сделать несколько допущений. Во первых, поскольку расстояние между иглой и поверхностью образца составляет величину малую по сравнению диаметром отверстия волокна, пренебрежем угловой расходимостью излучения. Во-вторых, будем считать волновой фронт сразу после отверстий в точности повторяющим форму отверстий. То есть, поле над отверстием и внутри отверстия будем считать однородным по интенсивности, а поле вблизи непрозрачного экрана равным нулю. В реальной системе, где играет роль толщина экрана, материал, из которого он изготовлен, поляризация излучения и множество других факторов, это приближение не всегда можно использовать. Однако наша идеальная система требует принятия такого соглашения для решения задачи. В третьих, будем считать, что отклик структуры на поле является локальным. Это означает, что рассеяние на каждом отверстии происходит независимо, и отклик одного отверстия не зависит от наличия электромагнитного поля вблизи второго.

При расположении острия оптоволокна относительно отверстия в экране, как показано на рисунке 3, интенсивность попадающего внутрь волокна света прямо пропорциональна площади перекрытия окружностей.

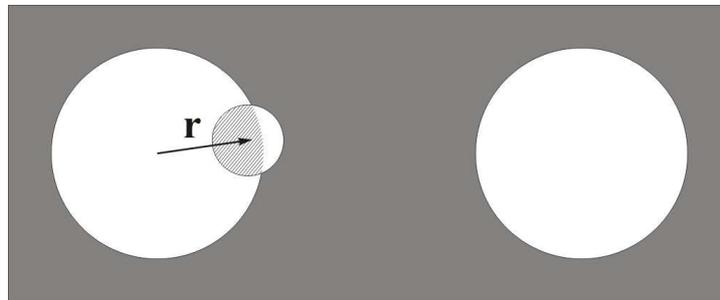


Рис.3. Геометрия задачи определения ближнеполевого отклика отверстий в экране. Маленькой окружностью обозначено одно из положений отверстия зонда относительно образца. Сигнал, полученный ближнепольным микроскопом в этой точке положения зонда, пропорционален площади заштрихованной области.

Таким образом, задача сводится к установлению вида зависимости площади перекрытия двух окружностей от координат  $S(x,y)$ . Эта задача решается методами школьной геометрии. Не будем приводить здесь подробное ее решение, а сразу запишем ответ:

$$S = \pi r_0^2 - r_0^2(\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha) + a^2(\beta - \frac{1}{2} \sin 2\beta), \quad \S\S$$

где  $r_0$  – радиус отверстия волокна,  $a$  – радиус отверстия в экране, и введены вспомогательные углы, равные:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{r^2 + a^2 - r_0^2}{2ra}\right)$$

$$\beta = \pi - \arccos\left(\frac{r^2 - a^2 + r_0^2}{2rr_0}\right)$$

Подставляя  $r_0 = 25$  нм,  $a = 100$  нм и делая замену  $r^2 = x^2 + y^2$ , построим растровое изображение объектов в ближнепольном микроскопе, изображенное на рис. 4. Видим, что объекты разрешены лучше, чем в случае дальнеполевой микроскопии отверстий. Однако изображение является размытым. Ясно, что использование иглы оптоволокна с меньшим диаметром отверстия позволит получать более контрастные изображения субдлинноволновых объектов. Таким образом, основной параметр, ограничивающий

разрешающую способность ближнепольной микроскопии в такой геометрии эксперимента, является размер отверстия зонда.

Ширина графика распределения интенсивности на полувысоте дает значение размера отверстия 198 нм (что в реальной ситуации в точности до ошибки эксперимента совпадает с реальным значением); отклонение от реального значения связано с тем, что площадь перекрытия равна половине площади окружности отверстия волокна в точке, находящейся внутри отверстия в экране, а не на его границе.

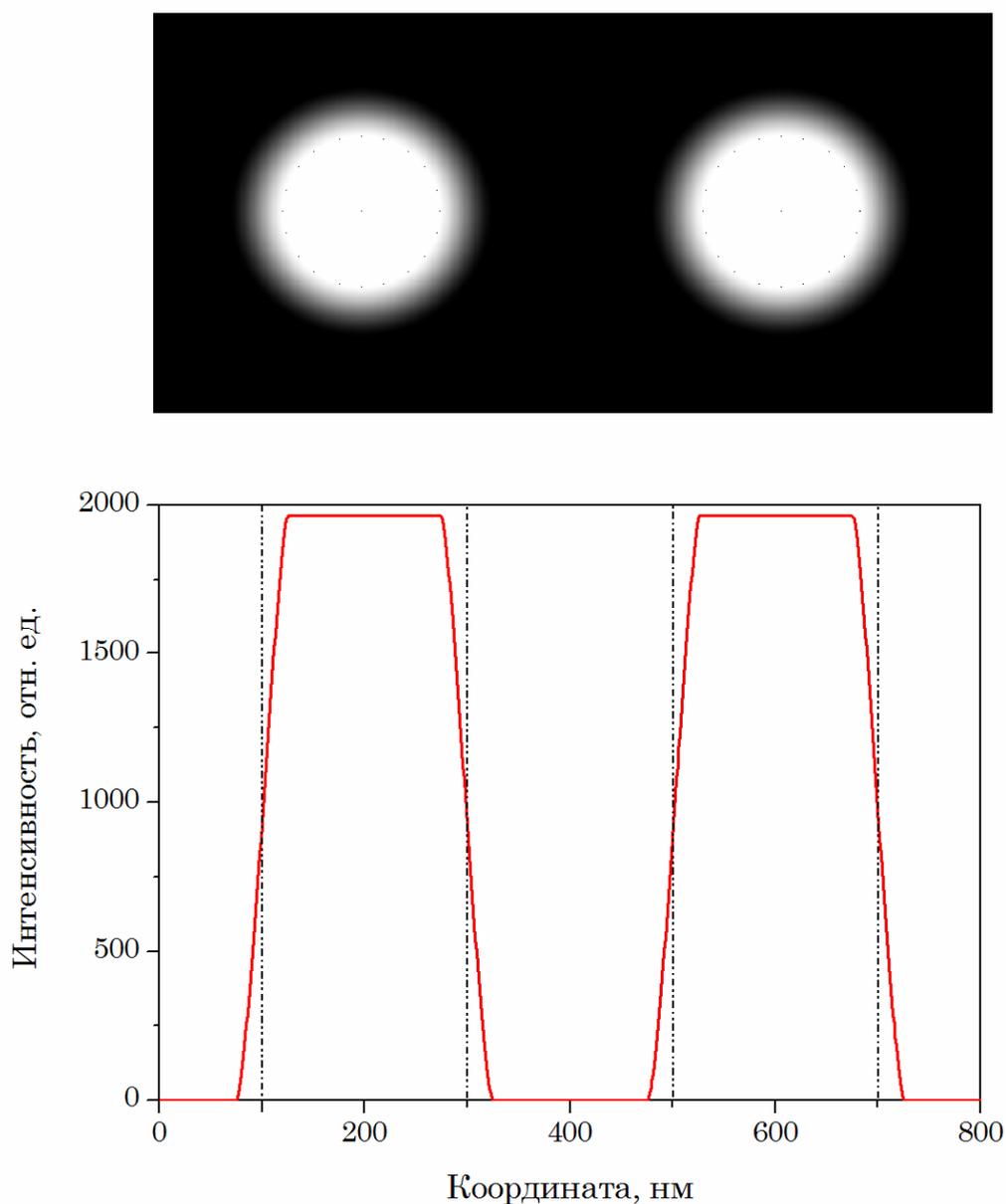


Рис.4. Сверху: изображение отверстий в непрозрачном экране, которое может быть получено с помощью ближнепольного микроскопа. Снизу: сечение распределения поля прямой, соединяющей центры отверстий. Штрих-пунктирными линиями обозначены положения границ отверстий.