**Решение задачи "Плазмонные пиксели"**

Найдем закон дисперсии волны, локализованной вблизи границы раздела металл-воздух ("Поверхностные поляритоны" под ред. В. М. Аграновича и Д. Л. Миллса, Москва "Наука", 1985). Локализация означает то, что максимум поля достигается непосредственно на границе раздела двух сред (пронумеруем их числами 1 и 2), а при удалении от нее поле спадает по экспоненциальному закону.

Направим оси декартовой системы координат так, чтобы **Ox** и **Oy** лежали на границе раздела, т.е. $z$=0 соответствовало точкам границы. Предположим, что поверхностный плазмон-поляритон (ПП) распространяется вдоль Ox.

Будем искать решение в виде:

$H = H_{-}e^{ik_x x+\kappa_1 z}$ , *z<0,(1)*

$H = H_{+}e^{ik_x x-\kappa_2 z}$ , *z<0,(2)*

Рассмотрим два случая.

1. Поле **E** направлено вдоль оси **Oy** (ТЕ-мода). Уравнения Максвелла накладывают ограничения на граничные значения $E_{1y}$, $E_{2y}$, $H_{1z}$ и $H_{2z}$:

$E_{1y} = E_{2y},\ \ H_{1z} = H_{2z}.$ (3)

Однако из одного из уравнений Максвелла следует:

$k_x H_{1,2z} = \dfrac{\varepsilon_{1,2}\omega}{c}E_{1,2y}$ ,(4)

что в случае скачка $\varepsilon$ входит в противоречие с граничными условиями. Таким образом, поверхностного плазмона с ТЕ-поляризацией на существует.

2. Поле **E** направлено вдоль оси **Ox** (ТМ-мода). Граничные условия в этом случае:

$\varepsilon_1 E_{1z} = \varepsilon_2 E_{2z}$ ,(5)

$H_{1y} = H_{2y}$ ,(6)

что не противоречит уравнениям Максвелла.

Подставляя решение в виде локализованной ТМ-волны в уравнения Максвелла, получим условия:

$H_{-} = H_{+}$ ,(7)

$\dfrac{\kappa_1}{\varepsilon_1} = -\dfrac{\kappa_2}{\varepsilon_2}$ (8)

Условие (1) выполняется только в случае, если диэлектрические проницаемости имеют разные знаки. В нашем случае $\varepsilon_1 = 1$ (вакуум), а $\varepsilon_2 < 0$ (металл).

Также, из уравнений Максвелла получим, что:

$\kappa_1 = \sqrt{k_x^2 - \varepsilon_1\omega^2/c^2}$ , (9)

$\kappa_2 = \sqrt{k_x^2 - \varepsilon_2\omega^2/c^2}$ . (10)

Исключая из (7), (9) и (10) величины $k_1$ и $k_2$, получим закон дисперсии ПП:

$k_x = \dfrac{\omega}{c}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_1\varepsilon_2}{\varepsilon_1+\varepsilon_2}}$ (11)

Используя базы экспериментальных данных для диэлектрической проницаемости серебра (например, http://refractiveindex.info/), поточечно построим закон дисперсии ПП на границе раздела серебро-воздух:

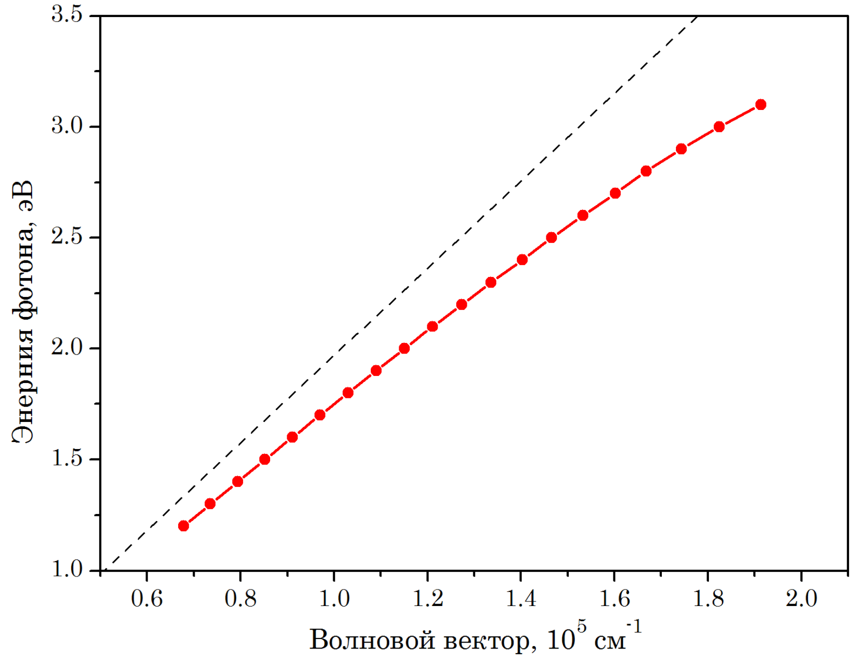


Рис.1. Закон дисперсии ПП (4) на границе раздела серебро-воздух (красная кривая), построенный на основе экспериментальных данных (красные точки), в диапазоне от λ= 400 нм E ≈ 3.1 эВ) до λ = 1000 нм (E≈1.2 эВ). Штрихованная линия изображает закон дисперсии фотона в вакууме E=cħk.

Также, можно построить закон дисперсии в модели диэлектрической проницаемости плазмы, используя экспериментальные данные для плазменной частоты серебра. Такое построение хорошо приближает вышеупомянутое и также засчитывалось как правильное при оценке решения задачи.

При появлении периодической модуляции поверхности металла (например, в виде сквозных щелей) ПП уже не может распространяться свободно – он претерпевает многочисленные отражения от щелей. Аналогично закону дисперсии электрона в кристалле, закон дисперсии ПП можно привести к первой зоне

$$k \in \left[-\frac{\pi}{a_0};\frac{\pi}{a_0}\right], \quad (12)$$

аналогичной 1-ой зоне Бриллюэна в кристалле:

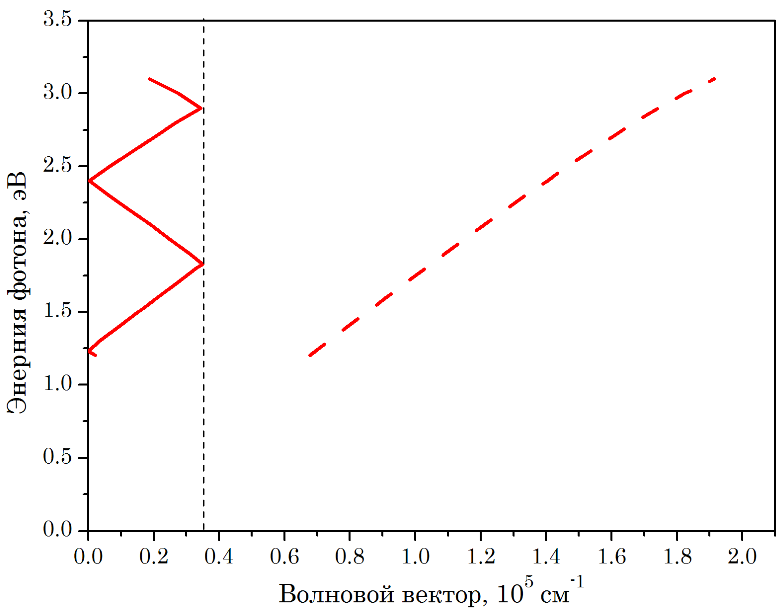


Рис.2. Закон дисперсии ПП на границе раздела серебро-воздух при наличии модуляции поверхности серебра (красная кривая, схематично). Штрихованная линия изображает закон дисперсии ПП на гладкой поверхности металла.

Для эффективного возбуждения ПП при нормальном падении света на модулированную поверхность необходимо, чтобы все отраженные от щелей волны ПП конструктивно интерферировали. В этом случае образуется стоячая волна, причем между щелями должно укладываться целое число плазмонных длин волн. На языке волновых векторов это условие записывается так (это условие называют условием фазового синхронизма):

$$k_x = nG = n\frac{2\pi}{a_0}, \quad n \in \mathbf{Z}, \ (13)$$

где $G$ – т.н. вектор обратной решетки. Из рис. 2 видно, что это условие соответствует точкам пересечения закона дисперсии $E(k_x)$ с осью ординат. Из графика получим, что длины волн, на которых возбуждение ПП (а значит и пропускание) будет наиболее эффективным, составляют $\lambda$ = 1015 нм (E ≈1.23 эВ) до $\lambda$ = 530 нм (E ≈2.4 эВ).

Рассмотрим подробнее резонанс $\lambda$ = 530 нм. При ненормальном падении света на поверхность металла в условии фазового синхронизма появится еще один член, отвечающий за проекцию волнового вектора $\mathbf{k}_0$ падающей волны на ось **Ox**:

$$k_x \pm k_{0x} = k_x \pm k_0 \sin\theta = nG, \quad n \in \mathbf{Z}, (14)$$

где θ– угол падения. Знак $\pm$ означает, что ПП может распространяться как в направлении $k_0$, так и в противоположном. Осталось заметить, что ненулевой угол падения смещает положение резонансов – теперь они находятся не на пересечении $k_x(E)$ и $k(E)$=0, а на пересечении $k_x(E)$ и

$$k = \frac{E}{\hbar c}\sin\theta. \ (15)$$

На рис. 3 изображено перемещение резонансов при угле падения θ=10°.

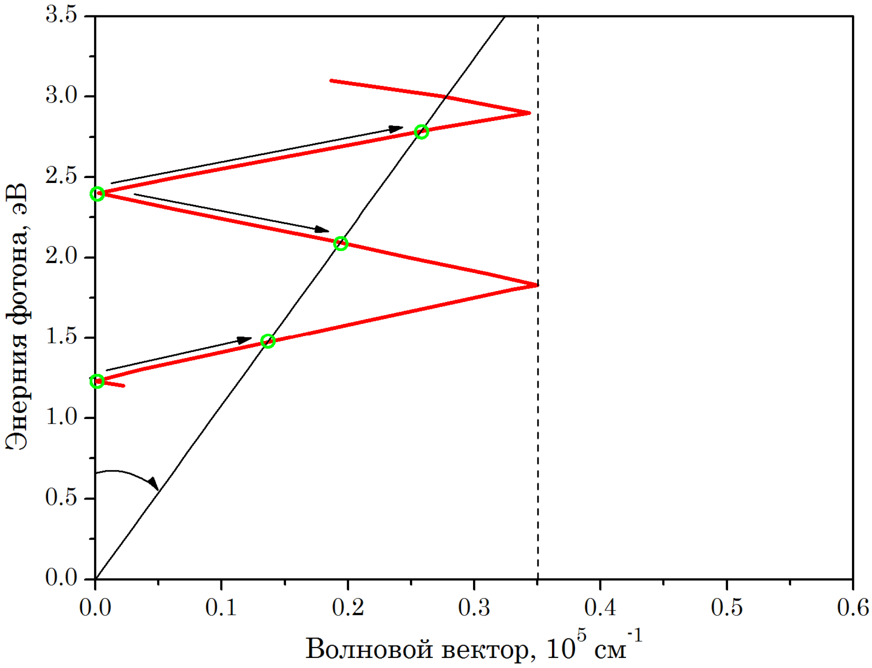


Рис.3. Смещение положения резонансов при изменении угла падения с θ=0° на θ=10°. Зелеными кружками обозначены положения резонансов. Сплошная черная прямая имеет вид

$$E = k\frac{\hbar c}{\sin\theta}. (16)$$

Рассмотрим отдельно резонанс, реализуемый при условии:

$$k_x + k_0 \sin\theta = 2G. (17)$$

На рис. 3 при θ=10° этот резонанс находится на E=2.1 эВ. Ранее мы выяснили, что при θ=0° этот резонанс находится на $\lambda$ = 530 нм. При θ=60° получим $\lambda$ = 920 нм (E≈1.36 эВ), а значит, что путем изменения угла с 0° до 60°, свет, пропущенный благодаря этому резонансу, покрывает диапазон от зеленого до красного цвета, а также позволяет пропускать излучение ближнего ИК-диапазона.