

Сначала ответим на фундаментальную часть задачи, определив искомые соотношения сил. Заряженную наночастицу можно считать точечным зарядом, поскольку ее характерные размеры (10 нм) много меньше размеров всех остальных объектов, рассмотренных в задаче.

Определим сначала силу взаимодействия заряженной частицы с проводящей поверхностью. Здесь удобно воспользоваться методом электростатических изображений. Подробно описание этого метода можно найти, как в учебниках, так и в сети (http://www.abitura.com/open_lessons/open_lesson4.html).

Для случая однородной поверхности получим значение для силы (эквивалентно силе взаимодействия двух одинаковых по модулю точечных зарядов, расположенных на расстоянии $2l$ друг от друга):

$$F = k \frac{q^2}{4l^2} \quad (1)$$

Для случая зонда ситуация немного сложнее. Вблизи заряженной наночастицы металлический зонд поляризуется, при этом, поскольку, частица находится в непосредственной близости от закругления металлического зонда, последний можно аппроксимировать сферой. В итоге сведем задачу к определению силы взаимодействия между точечным зарядом и проводящим шаром. Эту задачу опять же можно свести к взаимодействию двух точечных зарядов. Получим:

$$F = k \frac{q \cdot q_2}{d^2} \quad (2),$$

где эффективный заряд: $q_2 = q \frac{R}{R+l}$, а эффективное расстояние:

$$d = R + l - \frac{R^2}{R+l} = \frac{2Rl + l^2}{R+l} = l \frac{2R+l}{R+l}.$$

Теперь найдем искомое отношение сил (2)/(1):

$$\begin{aligned} \frac{F_{\text{зонд}}}{F_0} &= \frac{4l^2 \frac{R}{R+l}}{\left[l \frac{2R+l}{R+l} \right]^2} = \frac{4 \frac{R}{R+l}}{\frac{(2R+l)^2}{(R+l)^2}} = \frac{4R(R+l)}{(2R+l)^2} = \frac{4 \cdot 200_{\text{нм}}(200_{\text{нм}} + 100_{\text{нм}})}{[2 \cdot 200_{\text{нм}} + 100_{\text{нм}}]^2} = \\ &= 0.96 \end{aligned}$$

Оказалось, что сила в случае зонда окажется *меньше*, чем в случае однородной металлической поверхности.

Однако, не все так плохо. Посчитаем теперь отношение напряженностей электрического поля вблизи рассмотренных металлических поверхностей. Максимальные значения напряженностей поля для поверхности и для зонда:

$$\begin{aligned} E_0 &= k \frac{2q}{l^2} \\ E_1 &= k \frac{q}{l^2} + k \frac{q_2}{(d-l)^2} = k \frac{q}{l^2} \left(1 + \frac{R}{R+l} \frac{R+l}{R} \right) = E_0 \end{aligned}$$

Чем же тогда может оказаться полезным такой нанозонд? Оказывается, что будучи помещенным во внешнее электрическое поле, острие зонда локально усиливает электрическое поле. В этом нетрудно убедиться, опять же воспользовавшись методом электростатических изображений.

Подобные проводящие зонды применяются на практике при изучении микро и нанообъектов, поскольку позволяют концентрировать электромагнитное поле и локально его усиливать. К примеру, так добиваются усиления различных оптических эффектов, таких как генерация гармоник и гигантское комбинационное рассеяние света.