

Задача (Проценты, 4). Известно, что плотность стали — 7800кг/м^3 , коэффициент прочности стали — 1 ГПа . Нить, изготовленная из сращённых между собой нанотрубок, предположительно будет иметь плотность 1600кг/м^3 , а её коэффициент прочности будет составлять около 100 ГПа . Нужно изготовить такой трос, чтобы на нем можно было поднимать лифт массой 2 т на высоту 540 м . При этом требуется, чтобы нагрузки на трос были хотя бы в 3 раза меньше предела прочности. Во сколько раз сократится масса троса, если изготовить его не из стали, а из нанотрубок?

Решение. Если на тросе длины L , плотности ρ и площади поперечного сечения S висит лифт массы m , то сила натяжения нити в точке крепления равна $(LS\rho+m)g$, что по условию должно быть в 3 раза меньше σS , где σ — максимально допустимое напряжение (прочность троса). Получаем уравнение:

$$3(LS\rho + m)g = \sigma S,$$

откуда

$$S = \frac{3mg}{\sigma - 3L\rho g}$$

и масса троса равна

$$M = LS\rho = \frac{mg}{\frac{\sigma}{3L\rho} - g},$$

то есть

$$\frac{M_{steel}}{M_{nano}} = \frac{\frac{\sigma_{nano}}{3L\rho_{nano}} - g}{\frac{\sigma_{steel}}{3L\rho_{steel}} - g} \approx 556$$