

Задача (Масса и проценты). (а, 2) Докажите, что масса нанотрубки равна

$$m_{CNT} = \frac{4\sqrt{3}}{9} m_C \pi D L a^{-2},$$

где m_C — масса атома углерода, D — диаметр нанотрубки, L — её длина, a — расстояние между соседними атомами углерода.

(б, 2) Диаметр у одной нанотрубки на 20% больше, а масса — на 30% меньше, чем у другой. На сколько процентов длина первой нанотрубки меньше длины второй?

(в, 1) Недавно К. Jensen, Kwangyo Kim и А. Zettl использовали двуслойную нанотрубку с внутренним диаметром $D_i = 1.44nm$, внешним диаметром $D_o = 1.78nm$ и длиной $L = 205nm$ для создания молекулярного масс-спектрометра, не требующего предварительной ионизации вещества. Какова масса использованной ими трубки (в а.е.м. и кг)?

Решение. (а) Заметим, что площадь элементарной площадки – параллелограмма с вершинами в центрах 4 соседних шестиугольников – равна $A_{gr} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$. При этом внутри каждой элементарной площадки находятся два атома углерода. Следовательно, количество атомов углерода в трубке в два раза больше количества элементарных площадок, уместяющихся на поверхности:

$$m_{CNT} = 2m_C \pi L D / A_{gr} = \frac{4\sqrt{3}}{9a^2} m_C \pi D L,$$

что и требовалось доказать.

(б) В условии задачи сказано, что $D_1 = 1,2D_2$ и $m_{CNT1} = 0,7m_{CNT2}$. В силу предыдущего пункта, масса нанотрубки прямо пропорциональна её длине и диаметру, откуда $\frac{L_1}{L_2} = \frac{m_{CNT1} D_2}{m_{CNT2} D_1} = \frac{0,7}{1,2} \approx 0,58$, то есть длина первой нанотрубки на $100\% - 58\% = 42\%$ меньше длины второй.

(в) Найдём сначала число использованных атомов углерода (для этого достаточно в выведенной выше формуле считать $m_C = 1$). Оно равно

$$N_{CNT} = \frac{4\sqrt{3}\pi}{9a^2} (D_o + D_i) L \approx 7,92 \cdot 10^4$$

Следовательно, масса трубки равна

$$m_{CNT} = N_{CNT} \cdot m_C \approx 9,50 \cdot 10^5 \text{ а.е.м.} \approx 1,58 \cdot 10^{-21} \text{ кг}$$