

## Фотонные волны гасят ветер

Идея задачи заключается в *оценке* сил светового давления. Отдельно стоит отметить слово «оценка». В задаче не требовалось *точно* определить все необходимые значения, хотя такие попытки, конечно, поощрялись.

### 1) Призма

Проверив условия падения излучения на призму можно убедиться, что угол падения больше угла полного внутреннего отражения. Поэтому излучение за поверхностью призмы экспоненциально затухает, имея лишь горизонтальную составляющую волнового вектора. Поэтому на частицу будет действовать сила давления света, направленная вдоль поверхности призмы. Чтобы определить эту силу, надо оценить характерную интенсивность в точке, где находится частица.

$$H_2O: \quad k_z^2 = n_{H_2O}^2 k_0^2 - k_x^2 = n_{H_2O}^2 k_0^2 - n_{prism}^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot k_0^2 = -k_0^2 (-1.33^2 + 1.44^2 \cdot 0.97^2) = \\ = -0.17 k_0^2 = -\kappa_z^2$$

Где  $\kappa_z$  - показатель затухания электромагнитной волны. Тогда для зависимости интенсивности от координаты получим:

$$I(z) = I_0 \exp(-2\kappa z)$$

Силу давления света, оценим как:

$$F = \frac{I(L) \cdot \pi d^2}{4c} = \frac{I_0 \exp(-0.8 k_0 L) \cdot \pi d^2}{4c} \approx \frac{I_0 \exp\left(-\frac{5.2L}{\lambda}\right) \cdot \pi d^2}{4c} \approx \frac{0.15 \cdot 10^9 \cdot 3.14 \cdot 0.04}{4 \cdot 3 \cdot 10^8} \cdot 10^{-12} \\ \approx 16 \text{ фН}$$

Установившаяся скорость движения определится компенсацией силы вязкого трения:

$$6\pi \frac{d}{2} \eta V = F_{\text{света}} \Rightarrow V = \frac{2F_{\text{света}}}{6\pi d \eta} = \frac{2 \cdot 16 \cdot 10^{-15}}{6 \cdot 3.14 \cdot 0.2 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}} \approx 10^{-5} \text{ м/с} = \\ = 10 \text{ мкм/с}$$

### 2) Вращающиеся частицы

На частицы действуют силы давления света. Именно эти силы являются определяющими в данной задаче. При движении частиц в воде они компенсируются силой вязкого трения. Силу давления света оценим следующим образом (поглощением пренебрежем):

$$F = 2 \frac{I}{c} \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 S_{\text{eff}} \approx 30 \text{ фН}$$

Установившиеся скорости будут равны:

$$6\pi \frac{d}{2} \eta V = F_{\text{света}} \Rightarrow V = \frac{2F_{\text{света}}}{6\pi d \eta} = \frac{2 \cdot 30 \cdot 10^{-15}}{6 \cdot 3.14 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}} \approx 10^{-6} \text{ м/с} = \\ = 1 \text{ мкм/с}$$

Поскольку частица обладает дихроизмом, она начнет вращаться вследствие закона сохранения момента импульса. Импульс фотона равен  $h$ . Импульс, передаваемый частице в единицу времени, равен разнице числа поглощенных право- и лево-поляризованных фотонов в единицу времени. Получим:

$$dM / dt = \frac{Ih}{h\omega_{light}} S_{eff} (\kappa_+ - \kappa_-) \approx \frac{I}{\omega_{light}} S_{eff} \kappa \cdot 0.1 = 0.1I \frac{S_{eff} \lambda \kappa}{2\pi c} = 0.1 \frac{IR^2 \lambda \kappa}{2c}$$

На вращающуюся частицу будет действовать момент сил вязкого трения. Можно точно решить задачу о гидродинамике вращающегося шара. Однако для оценки этой величины можно поступить проще:

$$K \sim R \cdot S_{eff} \cdot \frac{dV}{dr} \sim R \cdot 2\pi R^2 \cdot \frac{\omega R}{R} = 2\pi\omega R^3, \text{ где } \omega - \text{угловая скорость вращения шара.}$$

Приравняв эти два соотношения, определяем угловую скорость вращения и момент импульса:

$$dM / dt = K \Rightarrow \omega = 0.1 \frac{I\lambda\kappa}{4\pi R c} \Rightarrow M_{\text{част}} = J\omega = \frac{2}{5} mR^2 \cdot 0.1 \frac{I\lambda\kappa}{4\pi R c} = \frac{1}{75} \rho R^4 \frac{I\lambda\kappa}{c}$$

Теперь оценим, какой импульс передается второй частице. Пусть первая частица вращается с угловой скоростью  $\omega_1$ , а вторая -  $\omega_2$ . Грубая оценка момента силы вязкого трения для второй частицы дает:

$$K \sim RF \sim R\eta \left( S_1 \frac{\partial V_1}{\partial r} - S_2 \frac{\partial V_2}{\partial r} \right) \sim R\eta\pi R^2 (\omega_1 - \omega_2 - 3\omega_2) / 4 = 0 \Rightarrow \omega_2 \approx \frac{\omega_1}{4}$$

Такая оценка справедлива как для расстояния в 1 мкм, так и для расстояния в 5 мкм, рассмотренные в задаче, поскольку основной вклад в обоих случаях вносит центральная часть шара (расстояние между частицами меньше их размеров).

### 3) Наночастицы

Числовая апертура определяет угол сходимости лучей после объектива. Поскольку перетяжка лазерного луча находится на верхнем стекле, зная толщину зазора между стеклами и ЧА, можно определить диаметр пятна на нижнем стекле.

На наночастицу действуют три силы:

- сила тяжести
- сила светового давления
- сила вязкого трения

Максимальная толщина зазора, при которой частицы все еще будут собираться на верхней грани, определяется из следующих соображений. Чтобы частицы тащило вверх, силам светового давления необходимо скомпенсировать силу тяжести.

Масса частицы:

$$m = \rho \frac{1}{6} \pi d^3 \sim 1.6 \cdot 10^{-18} \text{ кг}$$

Характерную высоту от нижней грани образца, на которой собрано большинство частиц, оценим из распределения Больцмана:

$$H \sim \frac{kT}{mg - \rho_0 Vg} = \frac{4 \cdot 10^{-21}}{10^{-17}} \sim 400 \text{ мкм.}$$

Получается, что частицы практически равномерно распределены по толщине образца, составляющей порядка 400 мкм. Поэтому вопрос о критической толщине образца, при которой частицы еще будут собираться на верхней поверхности, получается с подвохом. Если бы все частицы были собраны на нижней поверхности, тогда критическая толщина оценивалась бы из соображений, что сила тяжести (за вычетом архимедовой силы) уравновешивается силой давления света:

$$mg - \rho_0 Vg \sim \frac{I_{\min}}{c} \frac{\pi d^2}{4}, \text{ где } I_{\min} = \frac{W}{S_{\text{ниж}}} = \frac{W}{\pi R^2} = \frac{W}{\pi R^2}$$

В нашем же случае, характерную толщину можно оценить как 400 мкм. Если толщина будет больше, то рядом с перетяжкой не найдется частиц, а с расстояния в 400 мкм сил давления света не хватит, чтобы преодолеть силу тяжести.

Для этой толщины и оценим временную зависимость. Размер перетяжки – 1.5 мкм, получается, что в перетяжке помещается порядка 100 частиц. В конусе фокусировки луча число частиц  $\sim 10^4$ , что много больше. Следовательно, можно считать, что дойдя до насыщения (100 частиц в ловушке), распределение частиц в луче не успеет сильно измениться. Получается, что характерная зависимость числа «захваченных» частиц имеет следующий вид: сначала линейный рост, затем выход на насыщение ( $\sim 100$  частиц). Проведя более аккуратные расчеты, в принципе, можно оценить и характерный наклон этой прямой.