

Упругие свойства макромолекул

Давно идут споры, относить ли высокомолекулярные соединения, дендримеры, белки и пр. к нанобъектам. В любом случае, это вещества, которые самым непосредственным образом используются для создания наноматериалов и наноустройств. Число атомов, входящих в состав макромолекул, имеет порядок сотен тысяч или миллионов. Атомы, из которых состоят полимеры, образуют линейные или разветвлённые цепи, а также пространственные трёхмерные структуры, в том числе упорядоченные. Исследование полимеров чрезвычайно важно и с фундаментальной, и с практической точек зрения.

Приведите примеры использования макромолекул в нанотехнологиях (3 балла).

Представим, что мы изучаем упругие свойства линейных макромолекул (неразветвлённых цепочек из повторяющихся структурных звеньев). При небольшом растяжении эти молекулы подчиняются закону Гука. Наша задача – измерить коэффициент жёсткости молекулы или отдельного структурного звена.

Некто предложил для этого следующий эксперимент. Измерим длину молекулы в недеформированном состоянии. Молекула состоит из $n = 200000$ структурных звеньев. Каждое звено будем считать состоящим из «пружинки», жёсткость которой требуется измерить, и «грузика», масса которого известна и равна $m = 1,8 \cdot 10^{-25}$ кг. Затем подвесим молекулу за один конец на острие специального зонда в сосуде, в котором создан высокий вакуум. Молекула растянется под действием силы тяжести. Измерив длину растянутой молекулы, можно вычислить коэффициент жёсткости k одного структурного звена.



Вычислите, насколько изменится длина молекулы под действием силы тяжести, если коэффициент жёсткости её структурного звена равен $k = 0,04$ Н/м. Сделайте вывод о том, можно ли было измерить этот коэффициент в предложенном эксперименте (3 балла).

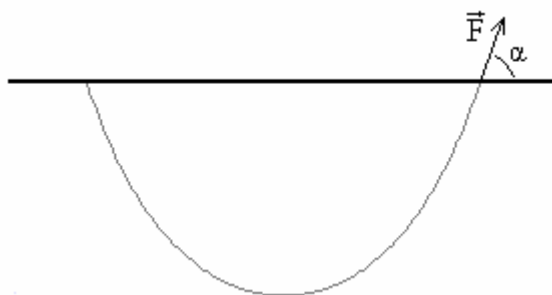


Предложен другой эксперимент.

Возьмём макромолекулу (пусть число её структурных элементов равно $n = 200000$), подвесим её за один конец в сосуде, где создан высокий вакуум, как в предыдущем эксперименте. К нижнему концу молекулы прикрепим микрочастицу, масса которой много больше массы молекулы (пусть масса этой микрочастицы равна $m = 1,2 \cdot 10^{-16}$ кг). Вблизи сосуда (сверху над зондом) поместим источник звука. Будем менять частоту источника и выясним, при какой частоте амплитуда колебаний микрочастицы максимальна. По этим данным можно вычислить коэффициент жёсткости k одного структурного звена. Представим, что такой эксперимент проведён, и максимум амплитуды колебаний микрочастицы наблюдается, когда длина звуковой волны в воздухе равна $\lambda = 15$ см.

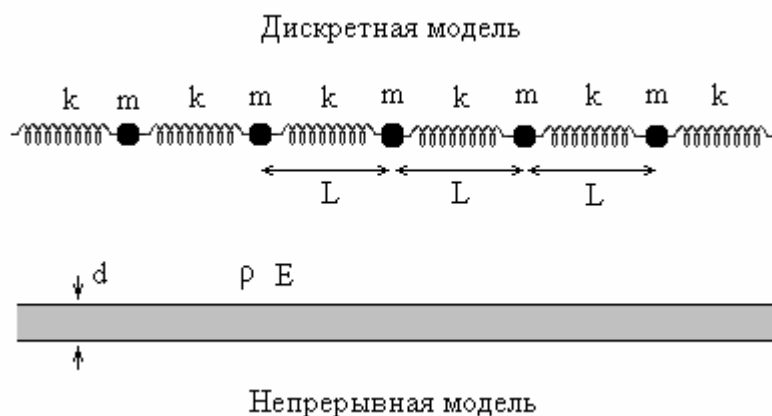
Вычислите коэффициент жёсткости k одного структурного звена по этим данным. Массами структурных звеньев для простоты пренебречь (3 балла).

«Среднее звено». Представим, что длинная макромолекула общей массой $M = 10^{-18}$ кг подвешена за два конца к горизонтальной подложке. При этом оказалось, что силы, действующие на молекулу в точках подвеса, образуют угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом.



Найдите силу натяжения среднего звена молекулы (**3 балла**).

«Дискретность и непрерывность». При рассмотрении упругих свойств можно пользоваться различными моделями макромолекулы. В первых вопросах этой задачи была рассмотрена дискретная модель молекулы: молекула состоит из конечного числа структурных звеньев, каждый из которых можно приближённо смоделировать грузиком и пружинкой. Параметрами этой модели являются масса «грузика» m , коэффициент жёсткости пружинки k и длина структурного звена L .



Однако в некоторых случаях может оказаться существенной «эффективная толщина» молекулы d . В этом случае молекулу можно модельно рассматривать как упругий жгут диаметра d , сделанный из материала плотностью ρ с модулем упругости (модулем Юнга) E . Параметрами этой модели являются d , ρ и E , причём последние два из них необходимо вычислить, зная параметры дискретной модели m , k и L .

Выведите формулы, позволяющие рассчитывать параметры ρ и E , если известны параметры дискретной модели m , k и L , а также эффективный диаметр молекулы d (**2 балла**).

Насколько увеличится длина резинового жгута, имеющего в недеформированном состоянии длину $L_0 = 1$ м, плотность $\rho = 400$ кг/м³ и модуль упругости $E = 16000$ Н/м², если его вертикально подвесить за один конец (**3 балла**)?